
PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
27646 Quai des Grands-Augustins, 55.

COURS D'ÉLECTRICITÉ

PAR

H. PELLAT,

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

TOME I.

ÉLECTROSTATIQUE. — LOIS D'OHM. — THERMO-ÉLECTRICITÉ.



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

PRÉFACE.

Cet Ouvrage est un Cours complet d'Électricité en trois Parties : la première comprend l'Électrostatique, les lois d'Ohm et la Thermo-électricité; la seconde, la Mécanique dynamique, le Magnétisme et l'Induction; la troisième, l'Électrolyse, l'Électro-capillarité et les questions pratiques qui s'y rattachent. Il a pour but de montrer comment on peut démontrer solidement les lois fondamentales d'une des parties de la Science et d'en tirer les principes et les conséquences. Je n'ai eu garde d'omettre les applications les plus importantes, surtout celles qui s'appuient sur les découvertes les plus récentes, mais je n'ai pu entrer dans de grandes détails sur ce sujet; ces applications font du reste l'objet de plusieurs ouvrages spéciaux.

Pour faciliter l'étude de l'Électricité à un grand nombre de personnes, j'ai cherché les démonstrations qui paraissent les plus simples; elles n'exigent pas de connaissances de physique ou de mathématiques plus étendues que les principes élémentaires du calcul infinitésimal.

Magnétisme; j'ai pu mieux montrer ainsi si-
jour la notion de Magnétisme, qui n'est qu'une
mathématique très commode, mais qui n'est pas
physique.

La première Partie de cet Ouvrage est la
Cours que j'ai fait à la Sorbonne en 1898-1899;
celle du Cours que j'ai fait en 1899-1900 est la
sième, elle correspond au Cours que je ferai en 1900-1901.

J'ai de vifs remerciements à adresser à M. Labrouste, licenciés ès Sciences, qui ont bien aidé à la rédaction du Cours : leur travail a beaucoup facilité la rédaction de la partie théorique.

H.

Le 25 juin 1901.



COURS D'ÉLECTRICITÉ

INTRODUCTION.

L'Électrostatique est la science qui a pour but l'étude des phénomènes produits lorsque l'électricité est en équilibre.

Jusqu'à ces dernières années, cette étude s'est appuyée sur les expériences de Coulomb; ce physicien a énoncé la loi fondamentale.

Deux points électrisés s'attirent ou se repoussent avec une force proportionnelle à la direction de la droite qui les joint, proportionnelle aux quantités d'électricité qu'ils possèdent et en raison inverse du carré de leur distance.

Cette loi a été établie et vérifiée un peu grossièrement par Coulomb, dans le cas où les corps électrisés étaient placés dans l'air. On a reconnu depuis que les conséquences de cette loi sont exactes avec une grande exactitude, toutes les fois que les corps électrisés sont plongés dans l'air. On peut même affirmer, dans l'état actuel de nos connaissances, sans que les expériences aient été toutes faites, que la vérification de la loi se ferait aussi bien si l'isolant intermédiaire était constitué par un autre corps isolant, tel que l'essence de pétrole. Mais on peut affirmer également que la loi fondamentale de l'Électrostatique est exacte.

pas certain qu'elle rende compte de tous. En de la définition du *pouvoir inducteur spécifique* est nécessaire de faire intervenir une hypothèse moins fâcheuse.

Il est possible d'éviter ces écueils, si l'on de la loi de Coulomb. En s'appuyant seulement aux expérimentaux classiques, on peut faire une étude de l'Électrostatique et établir des formules tout le milieu isolant soit homogène ou qu'il soit h. cas des milieux homogènes les formules se réduisent aux formules déduites de la loi de Coulomb; hétérogènes, aux formules déduites de la théorie quand celles-ci sont d'accord avec les résultats. Telle est la marche que nous suivrons dans ce



CHAPITRE I.

PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX. — LOIS FONDAMENTALES

Nous allons, pour commencer, exposer les expériences qui serviront de point de départ à nos raisonnements, sans même les plus connues.

1. Corps électrisés. — Dans les conditions ordinaires, un corps ne peut en attirer un autre d'une façon facilement mesurable, et même perceptible; les forces newtoniennes, qui sont, l'on sait, proportionnelles aux masses des corps entre lesquels elles agissent, sont tellement faibles pour les corps que nous pouvons manier aisément, qu'on ne peut les mettre en évidence que par des procédés d'une délicatesse extrême.

Mais les corps soumis à certains traitements (à l'électricité par exemple) attirent nettement les corps légers placés à proximité. Ainsi un bâton d'ébonite, qui, à l'état ordinaire, n'attire pas d'autre corps que par l'attraction universelle, attire au contraire vivement les corps qu'il vient à être frotté avec une peau de chat; il en attira, d'après un auteur ancien, un bâton de verre frotté avec du drap. Une simple feuille de papier, bien séchée et frottée, attire très fortement les corps.

Ce fait a été très anciennement connu : Thalès d'Éphèse, qui vivait au VI^e siècle avant J.-C., l'a signalé pour l'attention de Pline l'Ancien, au premier siècle de notre ère, a fait de même.

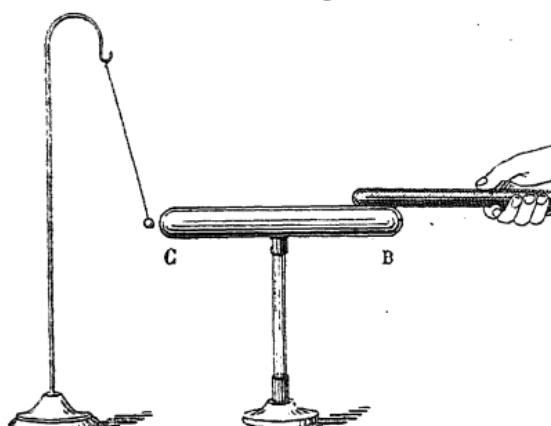
sédant cette propriété attractive sous le nom de *électricité*, et il appela *électricité* la cause inconnue qui produisait cette propriété. Le mot « *électricité* » a été tiré du grec *ἤλεκτρον*, *ambre jaune*.

On désigne souvent sous le nom de *corps non électrisé* un corps qui n'est pas électrisé.

2. Conductibilité. — En 1727, un physicien allemand fit une nouvelle découverte : il remarqua que l'électricité pouvait se transmettre à l'intérieur ou à la surface d'un corps, lui communiquant partout ses propriétés attractives. C'est la *conductibilité électrique* cette propriété.

Pour mettre cette transmission en évidence, il prit un cylindre métallique BC (fig. 1) et placer, à l'une de ses extrémités, une petite balle de cuivre suspendue par un fil métallique très fin (la balle et le fil sont reliés entre eux, l'on appelle un *pendule électrique*). Si l'on touche l'extrémité B du cylindre avec un corps électrisé par friction, la balle du pendule est attirée immédiatement par l'extrémité C, et l'attraction est si forte qu'elle arrache le fil.

Fig. 1.



de l'une de ses extrémités, une petite balle de cuivre est suspendue par un fil métallique très fin (la balle et le fil sont reliés entre eux, l'on appelle un *pendule électrique*). Si l'on touche l'extrémité B du cylindre avec un corps électrisé par friction, la balle du pendule est attirée immédiatement par l'extrémité C, et l'attraction est si forte qu'elle arrache le fil.

et suspendue par des cordons de soie; il constata que de l'une des extrémités de la corde avec un corps électricité apparaître, à l'autre extrémité, des signes d'électrisation. Il clut qu'il n'y avait pas de limite à la transmission.

3. Différences dans la conductibilité. — Très peu après, Désaguliers, physicien appartenant à une famille réfugiée à Londres à la suite de la révocation de l'Édit, remarqua que tous les corps ne possèdent pas la propriété de transmettre l'électricité. Pour mettre ce fait en évidence, il répéta l'expérience qui a servi à montrer la transmission en remplaçant le cylindre métallique par un cylindre de bois. Il n'y a plus attraction de la boule de sureau, lorsque l'extrémité du cylindre d'ébonite avec un corps électrisé.

Il y a donc des corps qui conduisent l'électricité et ne la conduisent pas. On peut, par suite, ranger les catégories; les premiers sont appelés *corps bons conducteurs*, les seconds *corps non conducteurs* ou *mauvais conducteurs*.

Dans la première catégorie se trouvent les métaux alliages, qu'ils soient solides ou liquides; les corps solides présentant l'éclat métallique, tels que le tellure, la pyrite, le bon qui a été porté à haute température, en particulier le bon de cornue; les dissolutions aqueuses de sel ou d'acide; conséquent l'eau commune, les corps humides, et enfin le sol, les parois d'une pièce, le corps humain; enfin les gaz très chauds.

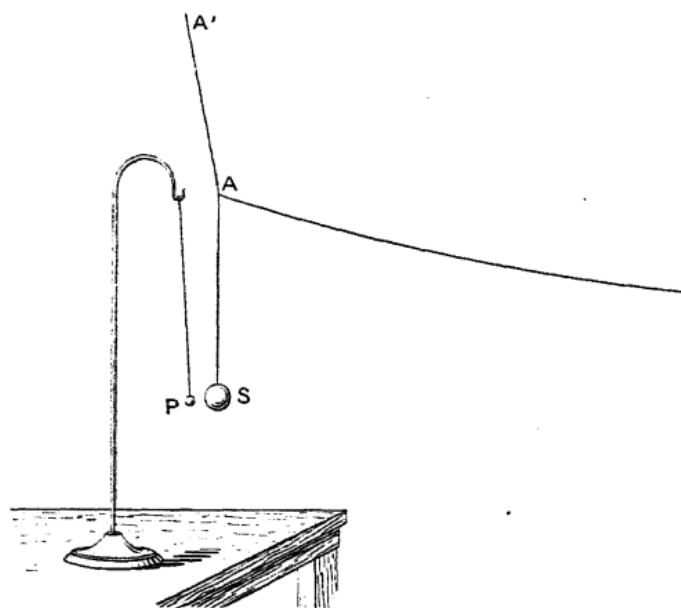
Parmi les corps non conducteurs, on peut citer le verre, d'une façon générale, les corps solides transparents bien que les substances de la chimie organique qui ne sont pas des sels; en particulier, les carbures d'hydrogène liquides, tels que l'essence de térébenthine, le pétrole.

vitesse de la lumière; autrement dit, l'attracti-
l'électrisation se propage, d'une extrémité à l'autre,
au bout d'un temps t donné par la relation

$$t = \frac{e}{v},$$

où e est la longueur du fil et v la vitesse de la lumière; conséquent, si l'on expérimente dans une salle étanche, les réflexions sont forcément très restreintes, la transmission est alors absolument inappréhensible. Mais, si, au contraire, on emploie un fil d'une substance très absorbante, coton, toujours un peu humide dans les conditions normales, la durée de la transmission devient appréciable. Ainsi, si l'on place une sphère S et un cylindre métalliques (fig. 2), posés

Fig. 2.



soutenu par des fils de soie ($A'A$, $B'B$) et si un

4. Isoloirs. — Lorsqu'un corps électrisé est mis en contact avec un autre corps non électrisé, il lui communique, comme nous l'avons vu, de l'électricité; mais il perd en même temps une partie de son pouvoir attractif: il n'attire plus avec la même force les corps légers. Il semble qu'il y ait eu une sorte de partage entre le corps primitivement électrisé et l'autre. Cette diminution de l'activité se met facilement en évidence: deux sphères métalliques étant supportées par des tiges de verre, on électrise l'une d'elles en la rapprochant, par exemple, avec une peau de chat, et on l'approche d'un pendule électrique qui est attiré aussitôt. On met alors les deux sphères en contact, et l'on approche de nouveau la première sphère du pendule; on constate une attraction plus faible. Ensuite, plus la deuxième sphère est grande et plus l'attraction est diminuée par le contact.

Pour la même raison, si l'on tient un corps conducteur avec une main et qu'on essaye de l'électriser, l'électricité se partage entre le conducteur et la Terre qui est en communication avec lui par l'intermédiaire du corps de l'expérimentateur et, comme la Terre est énorme par rapport au conducteur, il ne reste sur celui-ci qu'une quantité d'électricité incapable d'être manifestée. Si l'on opère à l'intérieur d'une pièce fermée, il ne reste même absolument rien, comme nous le démontrerons plus loin.

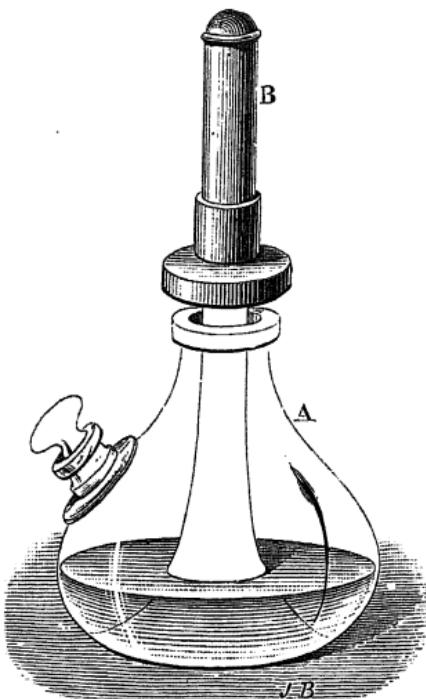
Si donc on veut maintenir l'électricité sur un corps conducteur, il est indispensable de soutenir ce corps au moyen d'une substance non conductrice; d'où le nom d'*isolants* donné aux corps mauvais conducteurs et le nom d'*isoloirs* donné aux supports qui en sont formés (¹).

(¹) Les expériences d'électrostatique présentent souvent quelque difficulté dans leur exécution, et cela tient, presque toujours, aux mauvais isoloirs que l'on emploie. Le verre est d'un usage fréquent; c'est une substance de compo-

3. Étincelle électrique. — Nous avons vu que la tension se partage entre deux corps mis au contact. Celle-ci peut encore se faire à distance par l'intermédiaire d'un conducteur.

Si l'on a une bouteille de verre desséchée par de l'acide sulfurique concentré et bouilli. Il suffit de prendre comme isoloir une bouteille de verre (fig. 3).

Fig. 3.



verse le goulot et supporte le plateau que l'on veut isoler, une certaine quantité d'acide sulfurique. Un couvercle métallique (A) ferme la tige et permet de fermer la bouteille lorsque l'on ne l'utilise pas, d'empêcher l'acide de se diluer et d'éviter le dépôt de cristaux de soufre qui se formeraient sur le verre et faciliterait encore l'absorption de l'humidité.

Pour former des isoloirs, il est préférable d'employer l'ébonite, qui est une substance facile à travailler et moins hygroscopique que le verre.

Le soufre est un très bon isolant, mais il est trop friable pour être utilisé comme isoloir. Il est donc préférable d'utiliser des tiges de verre entourées par une couche de soufre.

haute température et par de la vapeur des substances sur la surface des conducteurs; c'est un chemin conducteur par étincelle est donc un cas particulier de l'conducteur par contact.

6. Tous les corps s'électrisent par frottement.
longtemps, on a cru que les corps conducteurs ne pouvaient pas être électrisés par le frottement. En séparant en deux corps que l'on ne pouvait pas électriser par frottement l'un de l'autre, l'on pouvait électriser ainsi, on avait obtenu, en effet, la classification qu'en séparant les corps en corps conducteurs et non conducteurs.

Cette impossibilité d'électriser par frottement les corps conducteurs provenait de ce que, ceux-ci étant tenus à la terre, l'électricité se dispersait dans le sol. Si l'on supportait un corps conducteur à l'aide d'un manche isolant, on constatait que c'était alors facile de l'électriser par frottement. Par exemple, une bouteille en verre, supportée par un pied de verre, manifeste une répulsion lorsqu'on la frappe avec une peau de chat.

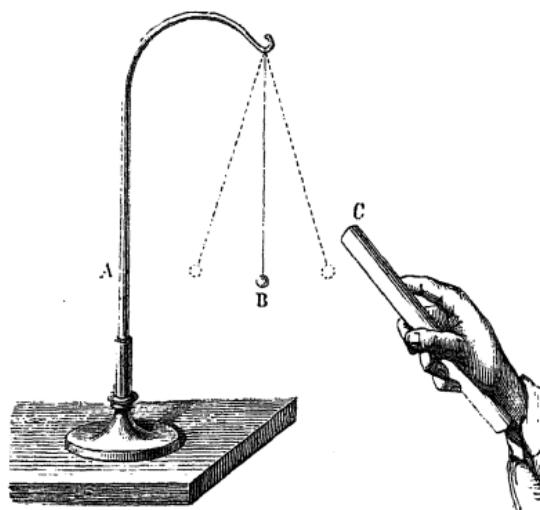
Ainsi, tous les corps s'électrisent par frottement.

7. Répulsion électrique. — En 1672, le physicien Otto de Guericke découvrit qu'un corps, après avoir été en contact avec un autre corps isolé, le repousse.

Voici comment il faisait l'expérience : Une sphère en cuivre était traversée par un axe métallique qui pouvait tourner dans un support; il mettait la sphère en rotation et appuyait un morceau de drap. La sphère ainsi électrisée était alors portée à un autre corps support et il s'en servait pour attirer des brins de drap dans l'air; il détachait alors, par une secousse, et constatait qu'en approchant la sphère celle-ci repoussait les brins.

est attiré et touche le corps, qui le repousse

Fig. 4.



8. **Deux espèces d'électricité.** — En 1733, le **du Fay** mit en évidence un fait capital : il **ex** d'électrisation des corps ; autrement dit, pour em termes que précédemment, il y **deux** électricités

On peut montrer le phénomène de la façon suiv avec un bâton de résine frotté au moyen d'une pendule isolé ; après le contact, la résine repou Au contraire, un bâton de verre frotté avec du dule. Les électricités développées sur la résine et su donc pas les mêmes : il y a au moins deux électri

On peut faire l'expérience réciproque de la électrise un pendule avec un bâton de verre frot l'on en approche ensuite un bâton de résine frotté chat, la résine attire ce deuxième pendule que le

Tous les corps essayés se comportent, soit frottée avec une peau de chat, soit comme le ver drap. On n'en trouve pas qui attirent à la fois le

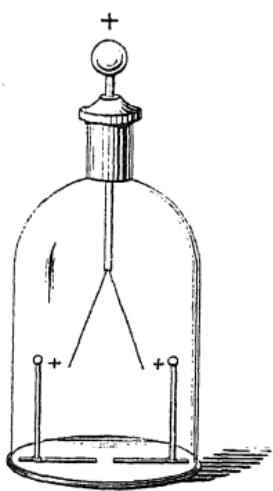
Il résulte de ce que nous venons d'exposer que deux corps chargés de la même électricité se repoussent, tandis que deux corps chargés d'électricités de noms contraires s'attirent.

La répulsion des corps chargés d'électricité de même nom peut être mise en évidence de bien des façons. Ainsi, si l'on électrise un petit balai de papier, les brins, chargés évidemment d'électricité de même nom, s'écartent les uns des autres.

On utilise cette répulsion pour reconnaître la présence d'électricité sur un corps conducteur : on suspend à celui-ci deux pendules dont les fils en lin, chanvre ou coton, toujours un peu humides, conduisent l'électricité ; quand le corps est électrisé, les deux balles de sureau chargées d'électricité de même nom s'écartent l'une de l'autre.

9. **Électroscopé à feuilles d'or.** — *L'électroscopé à feuilles d'or* est fondé sur le même principe. Deux feuilles d'or battu très légères (fig. 5) sont suspendues à l'extrémité d'une tige métallique.

Fig. 5.



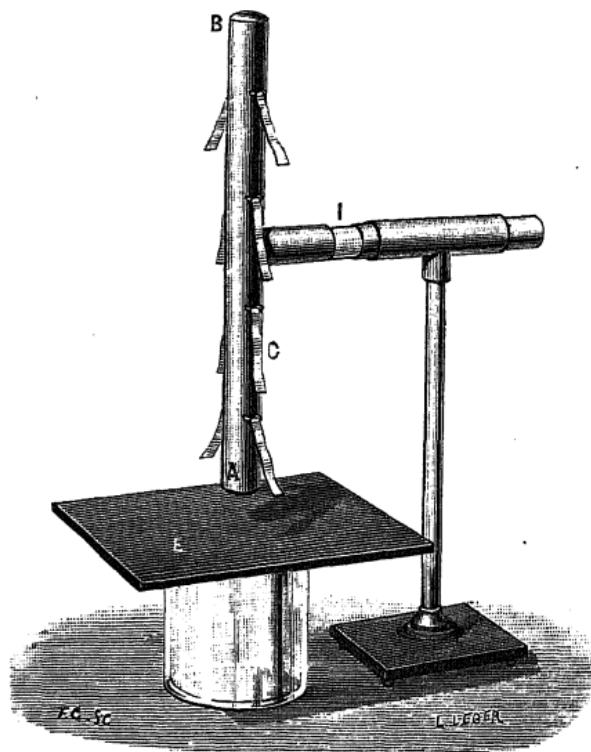
maintenue par une matière isolante (manchon d'ébonite, de p

10. **Phénomènes d'influence.** — Nous avons vu que l'électrisation d'un corps se produit par frottement, contact, etc. Il existe encore d'autres modes d'électrisation.

En 1753, le physicien anglais Canton mit en évidence ce phénomène, d'ailleurs entrevu antérieurement : on peut électriser un corps conducteur en approchant de lui un corps électrisé sans l'approcher ni le toucher, ni étincelle ; c'est ce que l'on appelle l'électrisation par *influence*.

En approchant une plaque d'ébonite, frappée avec la peau d'un chat et par suite électrisée négativement, d'un corps métallique vertical AB (fig. 6) isolé et muni de peau de chat, on voit ces bandes s'écartez d'autant que l'écartement est plus grand lorsque l'électrisation est plus forte.

Fig. 6.



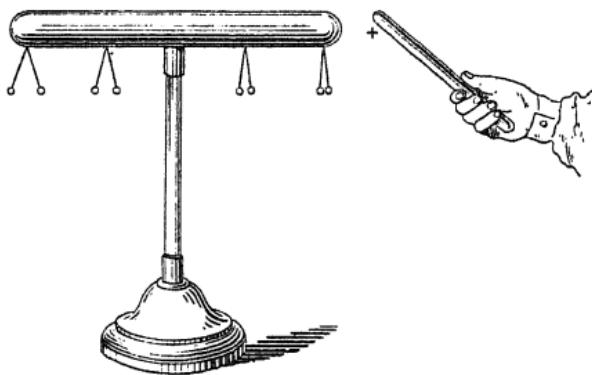
papier très léger, on voit ces bandes s'écartez d'autant que l'écartement est plus grand lorsque l'électrisation est plus forte.

peut encore montrer le phénomène en touchant le cylindre avec une petite sphère métallique isolée que l'on approche ensuite d'un pendule électrisé; la sphère forme pendant le contact une prolongement du cylindre, dont on détermine ensuite la nature de l'électrisation.

C'est là un phénomène fondamental, en ce sens qu'aucune théorie non hypothétique n'est capable de le prévoir.

Un autre phénomène, connu aussi sous le nom de *phénomène de l'influence*, diffère en apparence du précédent. Supposons un cylindre allongé AB, électrisé et muni à ses extrémités de deux pendules (fig. 7); si l'on approche de ce système un corps

Fig. 7.



chargé d'électricité de même nom, on observe, par la divergence des doubles pendules, qu'il y a moins d'électricité dans la partie la plus voisine du corps électrisé et, au contraire, qu'il y en a davantage dans la région la plus éloignée. Il semble que l'électricité s'est retirée de la première région pour s'accumuler vers la seconde, comme si elle était chassée par le corps électrisé.

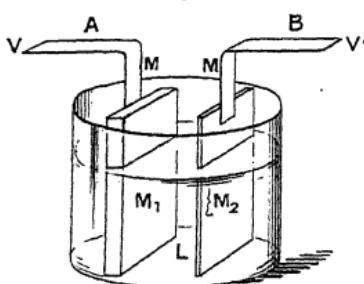
Si les deux corps sont chargés d'électricité de noms contraires, c'est l'inverse que l'on observe : l'électricité du cylindre semblerait être chassée par le corps chargé.

repoussent, deux électricités de noms contraires

11. **Pile.** — Nous indiquerons encore, avant d'
une autre manière d'obtenir l'électrisation d'
l'emploi de la *pile*.

On appelle *élément de pile* un appareil cons-
corps solides conducteurs, deux métaux par ex-
dans un liquide conducteur tel qu'un acide ou un
tion dans l'eau (fig. 8). Aux deux conducteurs

Fig. 8.



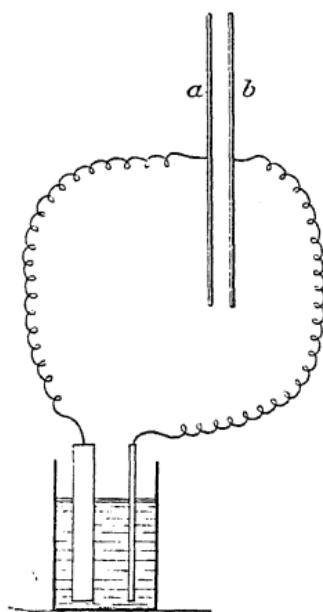
pelés *electrodes*, sont soudées deux pièces métalliques
nature, les *pôles* de la pile.

Souvent l'élément de pile contient deux liquides
perposés par ordre de densité ou séparés par une
dans chacun desquels plonge l'une des électrodes. La
Daniell, formé par une lame de zinc plongeant dans
tion de sulfate de zinc et une lame de cuivre plongeant
dissolution de sulfate de cuivre; l'un des liquides
un vase poreux immergé dans l'autre liquide.

On peut constater que si l'on fait communiquer
d'un élément de pile, par un fil métallique, avec
talliques *a*, *b* (fig. 9), ayant leurs surfaces parallèles
sines, ces deux pièces possèdent des électricités

mais ne la touchant pas. Dès qu'on établit la communication avec les pôles de la pile, il y a attraction de la feuille d'or. Pou

Fig. 9.

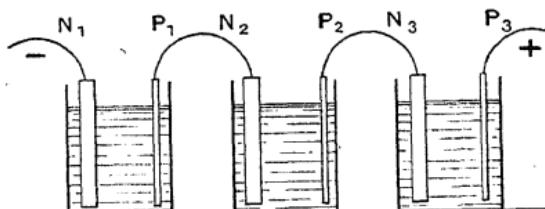


oir le déplacement de celle-ci, il faut employer un microscope car le déplacement est extrêmement faible.

Le pôle *positif* (+) de la pile est celui qui communique à l'ame correspondante une charge positive, et le pôle *négatif* (—) celui qui communique une charge négative.

On peut accroître l'intensité du phénomène en disposant plusieurs éléments à la suite les uns des autres (fig. 10) et réunis

Fig. 10.



d'or est à peine perceptible; avec deux, trois, quatre devient de plus en plus visible et l'attraction croît à proportionnellement au carré du nombre des éléments. Ainsi de quatre cents éléments disposés en tension, un microscope à feuilles d'or permet de montrer l'électrisation lorsque l'un des pôles est au sol et l'autre relié à la boule du microscope.

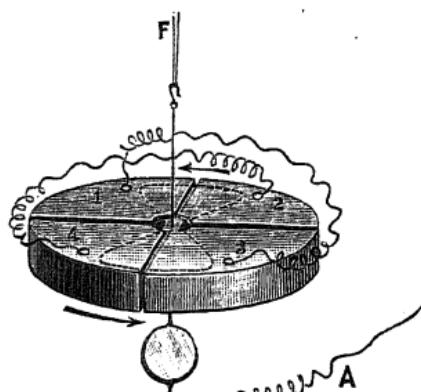
Ainsi, les piles sont des créateurs d'électricité; mais d'employer un grand nombre d'éléments, on ne peut obtenir que des électrisations très faibles.

Nous nous bornons pour le moment à ces notions fondamentales sur la pile; nous reviendrons plusieurs fois sur cet aspect important, pour compléter son étude.

12. Électromètre à quadrants. — Avant d'établir les notions fondamentales de l'Électrostatique, nous allons donner une description sommaire d'un appareil, l'*électromètre à quadrants*, que nous étudierons par la suite un usage fréquent.

Cet instrument a été imaginé par le physicien britannique Kelvin, qui lui a donné à très peu près la forme sous laquelle l'on l'emploie aujourd'hui. Une boîte en métal (fig. 11),

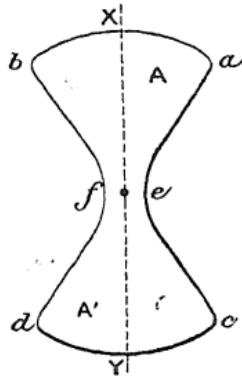
Fig. 11.



iamétraux, rectangulaires entre eux, de façon à former les quadrants, d'où l'appareil a tiré son nom. Ces quadrants ne sont pas en contact direct, ils sont séparés les uns des autres par un petit intervalle; les quadrants opposés, 1 et 3 d'une part, 2 et 4 d'autre part, sont mis en communication au moyen d'un fil métallique qui les traverse; les quadrants sont supportés par des pièces isolantes (en paraffine dans le modèle de M. Boudréaux que nous décrivons plus spécialement), traversées par des tiges métalliques qui permettent de les relier électriquement à des corps extérieurs.

A l'intérieur de la boîte formée par les quadrants, peut se mouvoir une lame mince de métal, généralement en aluminium pour lui donner plus de légèreté; cette lame, à laquelle on a donné le nom d'*aiguille*, comme à beaucoup de pièces mobiles des appareils de mesures électriques, a la forme de deux secteurs réunis par leurs sommets un peu élargis (*fig. 12*). L'aiguille est transversale

Fig. 12.



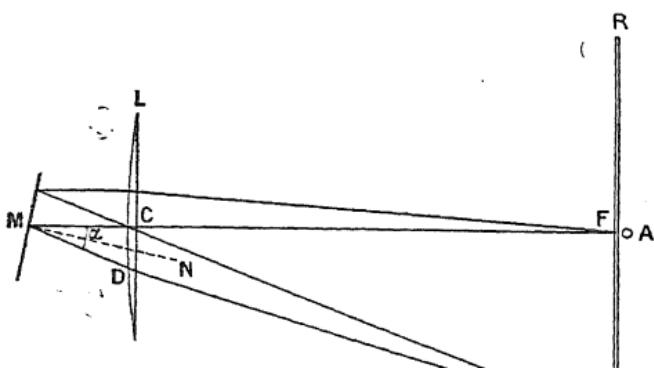
perpendiculairement à son plan par une tige métallique (*fig. 13*) qui est, par suite, verticale, lorsque la boîte cylindrique est disposée horizontalement; cette tige sort de la boîte et est supportée dans sa partie supérieure par un système de deux fils très fins formant une suspension bifilaire. Les fils de cocon de cette suspension, dé-

liquide conducteur qui sert à la mettre en communication électrique avec l'extérieur au moyen d'un fil C isolé de l'appareil et plongeant dans le liquide (fig. 11). L'extrémité de la tige est terminée par une palette P, une tige transversale, ou un anneau dont le déplacement, dans le liquide visqueux, produit un frottement qui amortit les oscillations du système.

Si l'aiguille et les quadrants sont chargés d'électricité, il en résulte, en général, un couple qui dévie l'aiguille de sa position d'équilibre; le système bifilaire réagit alors et produit un couple opposé au précédent et qui augmente avec la déviation, jusqu'à ce que l'aiguille ait atteint une nouvelle position d'équilibre. Les déviations peuvent donc servir pour indiquer les charges.

Afin de mesurer avec précision ces petites déviations, on se sert d'un procédé dû à Lord Kelvin et qui est employé pour un grand nombre d'instruments. Il est fondé sur ce fait que, si un rayon lumineux fixe tombe sur un miroir mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan d'incidence, la déviation du rayon réfléchi est égale au double de l'angle dont a tourné le miroir. Un écran opaque RR' est percé d'une petite fenêtre F, en travers de laquelle un fil fin est tendu (fig. 13). L'ouverture F ainsi réalisée

Fig. 13.



u centre optique de la lentille; le faisceau parallèle ainsi formé tombe sur le miroir M , se réfléchit et traverse de nouveau la lentille pour converger en un point du plan focal où l'on a placé une règle divisée RR' . Il se forme ainsi dans ce plan une image réelle de la fenêtre, et la règle graduée RR' sert à repérer la position de l'image du fil. On mesure de la sorte la tangente double de l'angle de déviation; si les déviations sont faibles, on peut confondre la tangente et l'arc: le déplacement linéaire sur la règle est en définitive proportionnel à l'angle de déviation.

Afin de rendre ce dispositif pratique, la cage métallique qui enveloppe l'appareil est percée d'une ouverture munie de la lentille L .

Pour se servir de l'électromètre, on réunit les quadrants pairs 2 et 4, par exemple, au pôle positif d'une pile d'un très grand nombre d'éléments; les quadrants impairs 1 et 3 sont reliés au pôle négatif, et le milieu de la pile, qui doit contenir un nombre pair d'éléments, est mis en communication avec le sol. Si l'aiguille est restée isolée elle ne quitte pas sa position d'équilibre; mais lorsque elle est en communication métallique avec un corps électrisé, de façon à être elle-même électrisée, elle dévie de sa position d'équilibre et le *spot* (tache lumineuse produite par le miroir et contenant l'image du fil) se déplace sur l'échelle divisée.

Si la charge de l'aiguille est positive, elle tourne de façon à s'enfoncer dans l'intérieur des quadrants qui communiquent avec le pôle négatif de la pile; inversement, si l'électricité de l'aiguille est négative, c'est vers les quadrants positifs qu'elle se déplace.

L'appareil présente une très grande sensibilité; si l'on met, par exemple, l'aiguille en communication avec une sphère métallique isolée et si l'on approche à une distance assez grande (deux ou

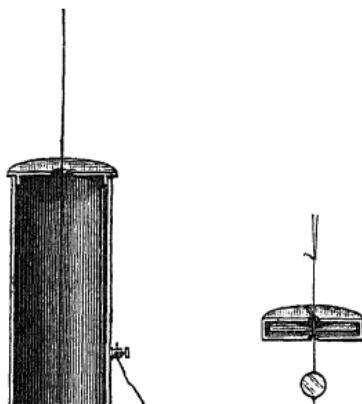
(jusqu'à une certaine limite toutefois), plus les fils serrés, plus l'électromètre est sensible.

13. Cylindre de Faraday. — Il nous reste encore un appareil extrêmement simple, le *cylindre de Faraday*, l'emploi, combiné avec celui de l'électromètre, nous permettant dans la suite d'établir plusieurs des lois quantitatives de la statique.

Le cylindre de Faraday est, en principe, une enveloppe de forme quelconque, présentant seulement une ouverture suffisante pour permettre l'introduction de corps étrangers à l'intérieur de l'enceinte. On prend en général une enveloppe de fer ou de cuivre qui est d'un emploi commode, et comme, dans ce cas, c'est l'illustre physicien anglais Faraday qui, le premier, a commencé à connaître ses propriétés, on a donné à cet appareil le nom de *cylindre de Faraday*.

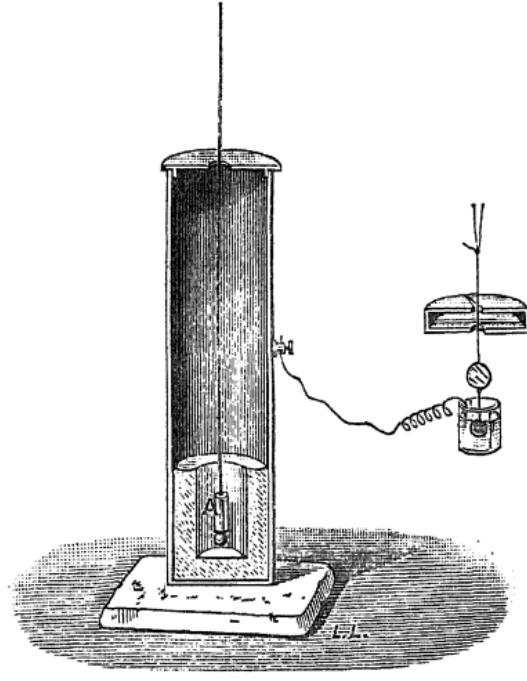
Supposons qu'un tel cylindre, bien isolé du sol, par une plaque de paraffine, soit en communication métallique avec l'aiguille d'un électromètre (fig. 14). Le système du cylindre et de l'électromètre sera alors comme suit.

Fig. 14.



pièce métallique fixée dans un morceau de paraffine suspendu à une aiguille de soie. Si le corps est chargé d'électricité positive, on voit l'aiguille dévier dans le sens qui correspond aux charges positives, et, ce qui est le phénomène capital, une fois les oscillations arrêtées, la déviation de l'aiguille reste absolument invariable, quelle que soit la position occupée par le corps A à l'intérieur du cylindre, pourvu qu'il ne soit pas au voisinage de l'ouverture. Si on fait l'expérience successivement avec deux corps chargés d'électricités contraires, l'aiguille éprouve des déviations de sens contraires dans les deux cas. On peut sortir le corps électrisé d'

Fig. 15.



cylindre et l'y remettre quelque temps après, l'aiguille reprend même position d'équilibre.

Le corps électrisé agit par influence sur le système formé par

la paroi du cylindre, la déviation reste absolument la même à la condition, bien entendu, que le corps interposé ne soit pas électrisé.

On peut vérifier expérimentalement ce fait de la façon suivante. Au fond d'un cylindre de Faraday de dimensions convenables, on place un bloc de paraffine creux formant un cylindre à paroi épaisse (5^{cm} environ) (*fig. 15*). Lorsque le corps électrisé est dans la partie supérieure du cylindre de Faraday, quoique suffisamment distant de l'ouverture pour que la déviation ne soit pas altérée par le déplacement du corps, l'influence se fait principalement à travers l'air. Quand on abaisse le corps dans la cavité du bloc de paraffine, c'est principalement à travers cette substance qu'il agit. Dans les deux cas, la déviation de l'aiguille reste absolument la même. On observe même fixité de la déviation si l'on remplace le cylindre de paraffine par un cylindre métallique isolé ou non de la paroi. Ainsi donc, le milieu intermédiaire est sans influence sur la grandeur de la déviation.

Si l'on met un premier corps électrisé positivement dans le cylindre de Faraday, puis que l'on introduise un autre corps chargé d'électricité de même nom, on voit la déviation augmenter; la déviation définitive est indépendante des positions relatives des deux corps et de leur position dans le cylindre. On observe le même phénomène avec un plus grand nombre de corps : plus on introduit dans le cylindre de corps chargés d'électricité de même nom, plus la déviation de l'électromètre augmente.

Si, au contraire, après avoir introduit un corps chargé positivement, on ajoute un second corps chargé négativement, on voit toujours la déviation diminuer; elle peut même s'annuler ou changer de sens; en tout cas, elle éprouve toujours une diminution en valeur algébrique.

romètre; par définition, ces corps renferment des *quantités gales* d'électricité.

Si un corps B, chargé de la même électricité que les précédents, produit une déviation égale à celle que produisent deux des corps A_1 et A_2 , introduits simultanément dans le cylindre, par définition, la quantité d'électricité de B est *double* de celle de chacun des corps A. De même, si un corps C, introduit seul et chargé toujours de la même électricité, produit même déviation que trois des corps A_1 , A_2 , A_3 introduits simultanément, la quantité d'électricité contenue dans C est *triple* de celle contenue dans chacun des corps A. Et ainsi de suite : si un corps N, introduit seul, produit la même déviation que n corps A_1 , ..., A_n introduits ensemble, la quantité d'électricité de N est n fois plus grande que celle d'un des corps A.

Cette notion de rapport entier entre deux quantités d'électricité entraîne, comme on sait, celle des rapports fractionnaires incommensurables.

Supposons maintenant qu'après avoir introduit dans le cylindre de Faraday un corps A chargé d'électricité positive, et produisant une certaine déviation, on introduise aussi un autre corps A' chargé d'électricité négative, et que la déviation primitive s'annule : l'ensemble des deux charges ne produit pas de déviation. Par définition, la quantité d'électricité positive de A est égale à la quantité d'électricité négative de A'. Cette définition est justifiée par le fait que, si l'on introduit simultanément dans le cylindre un corps B, dont la charge est positive et n fois égale à celle de A, et un corps B', dont la charge est négative et n fois égale à celle de A', il n'en résulte encore aucune déviation.

Si l'on a choisi une quantité d'électricité pour *unité*, le cylindre de Faraday permet la mesure des quantités d'électricité. En utili-

par exemple, comme unité la quantité d'électricité qui donne une déviation de une division; si un corps introduit dans un cylindre donne une déviation de 7,3 divisions, il contient une quantité d'électricité égale à 7,3.

Les expressions *masse électrique*, *charge électrique* sont des synonymes de *quantité d'électricité*.

On est convenu de considérer comme des grandeurs positives les quantités d'électricité positive et comme des grandeurs négatives les quantités d'électricité négative; c'est d'ailleurs une convention que viennent les noms *d'électricité positive* et *d'électricité négative*, bien entendu.

L'expérience montre qu'en introduisant dans le cylindre de Faraday des quantités d'électricités quelconques, on obtient une déviation proportionnelle à la somme algébrique de ces quantités: ainsi, c'est cette somme qui est mesurée par l'appareil.

On peut donner au cylindre telles dimensions que l'on veut; par suite, on peut mesurer la charge de corps aussi grande que l'on veut.

15. Loi de la conservation de l'électricité. — La principale loi quantitative de l'Électrostatique est la *loi de la conservation de l'électricité*; voici son énoncé :

Quels que soient les phénomènes mécaniques, chimiques ou vitaux qui se produisent dans un corps quelconques parfaitement isolé de l'extérieur, la somme algébrique des quantités d'électricités qu'il renferme reste constante.

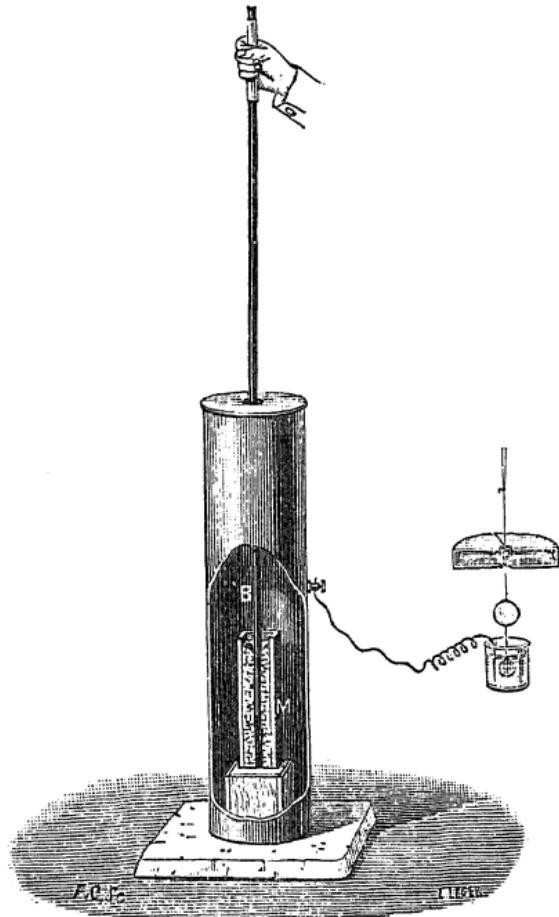
Ainsi, il est impossible de créer une certaine quantité d'électricité positive, sans créer simultanément une quantité égale d'électricité négative.

On peut, au moyen du cylindre de Faraday, vérifier cette loi.

insi : On frotte l'un contre l'autre deux disques l'un recouvert d'un drap et l'autre de verre, en les prenant par des manches isolants; on constate, en les approchant ensuite successivement d'un pendule électrisé, que le drap est chargé négativement et le verre positivement.

Pour montrer que les deux électricités positive et négative sont produites en quantités égales on peut opérer ainsi qu'il suit. On place dans le cylindre de Faraday (fig. 16) un vase de bois

Fig. 16.



tité d'électricité négative de l'ébonite égale la quantité d'électricité positive du drap (¹).

Parmi les autres modes d'électrisation, nous avons vu le contact avec un corps électrisé et l'influence. On peut constater que, dans les deux cas, la quantité totale d'électricité ne change pas. A cet effet, on introduit dans l'appareil de Faraday un cylindre isolé puis une sphère électrisée; quelle que soit la distance de la sphère au cylindre, la déviation de l'électromètre reste constante, indiquant que les quantités d'électricités positive et négative développées par influence sur le cylindre isolé sont égales. Elle reste encore constante si la sphère vient à toucher le cylindre isolé et lui communique une portion de son électricité.

Les phénomènes chimiques peuvent aussi créer de l'électricité et les quantités produites sont égales et de signes contraires. On sait que l'amadou et les corps combustibles qui produisent de la fumée en brûlant se chargent d'une électricité, tandis que la fumée se charge de l'autre électricité; or, si l'on fait brûler de l'amadou dans le cylindre de Faraday, on constate, à mesure que la fumée se dégage, qu'il se produit une déviation qui va en augmentant et correspond à une charge positive. Si l'on ferme le cylindre de façon à empêcher la fumée de s'échapper, on n'observe pas de déviation.

La vérification de la création de charges égales et de signes contraires dans certains phénomènes vitaux n'a pas été essayée, mais ne fait aucun doute. Elle serait facile à faire avec un poisson électrique, tel que la torpille placée dans le cylindre de Faraday.

16. **Électricité de contact. — Couche électrique double.** — Nous n'avons pas signalé plus tôt un mode de production d'électricité

l'autre de cuivre, dont les surfaces sont bien nettoyées, tous les deux désélectrisés : introduits successivement dans le cylindre de Faraday, ils ne produisent pas de déviation. Mettons alors les deux plateaux en contact, puis séparons-les normalement à leur plan de contact. Introduits séparément dans le cylindre de Faraday, ils produisent tous deux une déviation : le plateau de zinc est électrisé positivement, le plateau de cuivre négativement.

On peut donner une autre forme à l'expérience : Plaçons un plateau de cuivre dans le fond d'un cylindre de Faraday ; posons sur le fond un disque de zinc désélectrisé : il n'y a aucune déviation. Soulevons légèrement le plateau de zinc pour faire cesser le contact : aucune déviation ne se produit. Mais retirons le plateau de zinc du cylindre ; l'aiguille dévie, indiquant une charge négative. Cette expérience montre bien que, conformément à la loi de la conservation de l'électricité, les charges électriques prises par le zinc et par le cuivre sont égales et de signes contraires.

Le phénomène n'est pas dû à la pression des surfaces en contact, car, en faisant varier cette pression, il ne subit aucune modification. Il n'est pas dû davantage au frottement, car si l'on fait glisser les deux plateaux l'un contre l'autre pour les séparer, au lieu de les écarter normalement, on n'observe plus rien. Il y a plus : on peut mettre les deux plateaux aussi près l'un de l'autre qu'il est possible sans établir le contact, puis les faire communiquer par un fil métallique ; quand on coupe la communication les plateaux sont chargés ; mais la charge est d'autant plus faible qu'ils sont plus écartés, ce qui s'expliquera facilement quand nous aurons vus les condensateurs. Il faut donc admettre que les deux plateaux sont électrisés, l'un positivement, l'autre négativement, quand ils sont au contact ; car ce n'est pas la séparation qui peut produire l'électrisation.

17. L'électrisation par frottement peut être rattachée au phénomène de la couche double. — La couche double existe au contact de tous les corps possibles, isolants ou non ; le phénomène de l'électrisation par frottement s'explique dès lors aisément.

En effet, quand on frotte, par exemple, un bâton de résine avec un morceau de drap, une couche électrique double se produit au contact du drap et de la résine, la partie positive étant sur le drap, la partie négative sur la résine. Quand un des deux corps est isolant la charge de la couche double reste en place sur celui-ci après le contact ; c'est ainsi que la résine se trouve électrisée négativement.

Cette explication nous fait très bien comprendre pourquoi la quantité d'électricité produite par le frottement est indépendante de la pression qu'exercent l'un sur l'autre les corps frottants et du nombre de frictions : pourvu que tous les points du corps isolant aient été en contact avec l'autre corps, on a le maximum d'électrisation.

Nous verrons plus loin, à propos des condensateurs, pourquoi dans le cas de deux corps conducteurs, on n'obtient rien en les faisant glisser l'un sur l'autre et pourquoi, pour observer l'électrisation, il faut séparer bien normalement les plateaux.

CHAPITRE II.

PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

1. Champ électrique. — On appelle *champ électrique* une région de l'espace où se produisent des phénomènes électriques, pour préciser, où un petit corps électrisé A est soumis à une force électrique, force qui n'existerait pas si le corps A n'était pas électrisé.

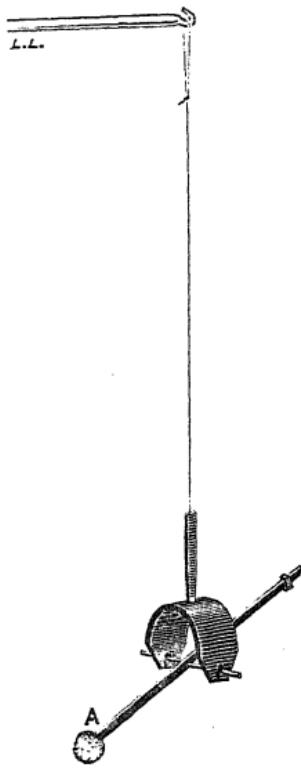
Un champ électrique est constitué par la présence d'un ou de plusieurs corps électrisés.

En chaque point, le champ a une *valeur* que l'on définit comme une grandeur dirigée, ou vecteur.

En un point du champ, plaçons un tout petit corps électrisé assez petit pour que l'on puisse négliger ses dimensions vis-à-vis des distances, c'est ce que nous appellerons un *point électrisé*. Admettons que, par un procédé quelconque, on puisse fixer la direction de la force électrique qui agit sur le point électrisé A. L'expérience montrera que la direction de cette force est absolument indépendante de la charge, de la nature de l'électricité et de la nature de la substance du point A. On peut vérifier ce fait de différentes façons. Par exemple, une légère balle de sureau A est fixée à l'extrémité d'une petite tige isolante d'ébonite (fig. 17).

balle de sureau et plaçons le système en différents points d'un champ électrique, en chaque point la tige prend une direction fixe qui représente la direction de la force électrique. On peut

Fig. 17.



changer la nature de l'électrisation de A et la valeur de sa charge, on observe toujours la même direction en un même point.

Cette direction constante de la force électrique qui agit sur un point électrisé est ce qu'on appelle la *direction du champ* au point considéré.

Si l'on change le signe de l'électrisation de la balle A, le sens de la force change, mais la direction ne varie pas.

On appelle *sens du champ*, le sens de la force qui agit sur un point, lorsqu'il est électrisé positivement. La force électrique agit

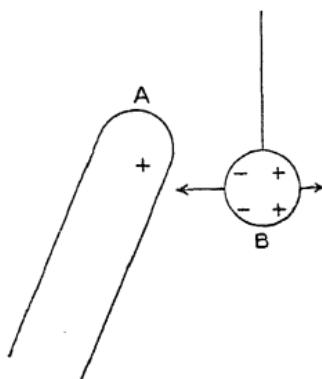
Plaçons successivement, en un même point du champ, différents petits corps électrisés, après avoir mesuré leur charge électrique; soient m_1, m_2, m_3, \dots les valeurs de ces charges. Supposons que l'on dispose d'un procédé de mesure des forces f_1, f_2, f_3, \dots qui agissent successivement sur chacun d'eux; on constate alors que la force électrique est proportionnelle à la charge; on

$$\frac{f_1}{m_1} = \frac{f_2}{m_2} = \frac{f_3}{m_3} = \dots;$$

le quotient de la force par la charge est indépendant de la charge du point électrisé, il ne dépend que du champ; c'est ce quotient qui, par définition, est l'*intensité φ du champ* (¹).

hème d'influence; un corps électrisé positivement A (fig. 18) développe sur u

Fig. 18.



petit corps B, primitivement non électrisé deux plages d'électricités de natures contraires; la plus proche de A est négative, l'autre positive; il en résulte une attraction par A de la partie gauche de B et une répulsion de la partie droite; et, comme la première région est plus proche de A que la seconde, l'attraction l'emporte sur la répulsion. Mais plus le corps B est petit et plus les deux plages d'électricités contraires sont voisines, plus la différence des deux forces attractives et répulsive, et par suite l'attraction, deviennent faibles. A la limite, pour un corps primitivement à l'état neutre, il n'y a pas d'attraction.

Voici l'une des manières les plus simples de mesurer les forces f_1, f_2, f_3, \dots : On prend un pendule électrique suffisamment pesant pour que le fil isolant soit bien tendu et que les déplacements soient toujours assez faibles pour permettre de confondre la tangente et le sinus de la déviation; on vise l'extrémité du fil avec une lunette munie d'un micromètre oculaire disposé horizontalement. S'il y a déviation du pendule sous l'action du champ, l'image du fil se déplace sur le micromètre; ce déplacement e est proportionnel à celui d du pendule, en supposant toutefois que celui du pendule ait toujours lieu dans la même direction.

Plaçons maintenant un pendule en une région de l'espace où il n'y a pas de champ électrique, soit m_1 la charge du pendule mesurée au moyen d'un cylindre de Faraday muni d'un électromètre gradué. Constituons ensuite le champ électrique en approchant différents corps électrisés de la région où se trouve le pendule; celui-ci est dévié; soit d_1 le déplacement de l'extrémité du fil. Modifions alors la charge du pendule, la déviation n'est plus la même, le déplacement devient d_2 ; évaluons la charge nouvelle du pendule en l'introduisant dans le cylindre de Faraday, soit m_2 sa valeur; l'expérience montre que

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{d_1}{d_2}.$$

Nous allons démontrer que cette égalité entraîne la proportionnalité des forces aux masses électriques. Soient A (fig. 19) la position du pendule quand aucune force n'agit sur lui, A' sa position dans le champ; les forces qui agissent sur A' sont, d'une part, son poids A'P, et, d'autre part, la force électrique A'F. Décomposons cette dernière en deux autres dirigées, l'une verticalement A'F', et l'autre horizontalement A'F'':

PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

le prolongement du fil OA' . Si α est l'angle de déviation, on a donc

$$\tan \alpha = \frac{A'F''}{A'Q} = \frac{f \sin \omega}{P + f \cos \omega}.$$

D'autre part, en désignant par l la longueur du fil, on a

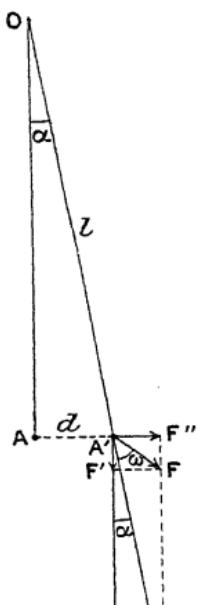
$$\sin \alpha = \frac{d}{l},$$

et, comme la déviation α est assez petite pour que l'on puisse confondre le sinus et la tangente,

$$\frac{d}{l} = \frac{f \sin \omega}{P + f \cos \omega};$$

est très petit par rapport au poids P du pendule, puisque la déviation est très faible; on ne commet donc, en quelque sorte

Fig. 19.



précédentes :

$$\frac{d_1}{l} = \frac{f_1 \sin \omega}{P},$$

$$\frac{d_2}{l} = \frac{f_2 \sin \omega}{P},$$

ω est le même, puisque la direction du champ est indépendante de la charge du pendule; d'où l'on tire

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{f_1}{f_2};$$

par suite,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{f_1}{f_2} \quad \text{ou} \quad \frac{f_1}{m_1} = \frac{f_2}{m_2}.$$

Si l'on répète l'expérience avec un pendule d'une autre substance, on trouve encore même valeur pour le rapport $\frac{m}{f}$.

Il résulte de la définition du champ que, si f est la force électrique qui agit sur un point électrisé de charge m dans un champ d'intensité φ , on a

$$f = m\varphi,$$

et la force est dirigée dans le sens du champ si le point est électrisé positivement, en sens contraire s'il est électrisé négativement.

2. Écrans électriques. — Les expériences d'électrisation par influence montrent que, lorsque l'on place un corps conducteur dans un champ électrique, il se développe de l'électricité sur ce corps; inversement, la manifestation de cette électricité peut servir à déceler l'existence d'un champ électrique. En particulier l'électroscope à feuilles d'or est très commode pour cela : on constate, par la variation de l'écart des feuilles, que, en général,

PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

Sans toucher aux corps situés à l'intérieur de l'enceinte, de laçons les corps extérieurs ou modifions leur charge électrique et nous constaterons que le champ n'a pas varié à l'intérieur : le champ, à l'intérieur, est donc indépendant de l'état électrique extérieur.

Réiproquement, si, laissant fixes les corps extérieurs, nous modifions d'une façon quelconque le système intérieur, le champ extérieur n'est pas altéré, à la condition, cette fois pourtant, qu' l'enceinte soit mise en communication avec le sol.

L'enveloppe conductrice forme donc un *écran électrique* parfait.

Ces propriétés pourraient faire croire que les phénomènes électriques ne peuvent pas se transmettre à travers les corps conducteurs. Il n'en est rien ; le phénomène des écrans électriques est dû à la cause suivante :

Les corps électrisés qui se trouvent à l'intérieur de l'enveloppe conductrice développent, par influence sur sa surface interne, des charges qui, jointes aux charges intérieures, donnent un champ électrique nul en tout point du milieu extérieur. Réiproquement, les corps électrisés extérieurs développent, par influence sur la surface externe de l'enveloppe conductrice, des charges électriques qui, jointes aux charges extérieures, produisent un champ nul en tout point de l'intérieur de l'enveloppe.

Ce qui prouve qu'il en est bien ainsi, c'est qu'il faut, pour que l'enveloppe forme écran, que les charges par influence aient le temps de se produire, autrement dit, que l'état d'équilibre électrique soit atteint. Ce temps est inappréhensible avec des enveloppes métalliques ; mais avec des enveloppes médiocrement conductrices, il est appréciable : après une modification du champ extérieur, le champ est modifié pendant quelques instants à l'intérieur de l'enveloppe.

l'équilibre est trop court pour que les feuilles d'or puissent s'écartier. Mais si l'on dessèche ensuite la cloche de façon à la rendre très médiocrement conductrice, on observe, pendant le déplacement du corps électrisé, un écart des feuilles; lorsque le corps électrisé reste immobile, l'écart diminue puis disparaît lorsque l'électricité développée par influence sur la cloche a eu le temps de prendre l'état d'équilibre.

On peut même électriser une enveloppe conductrice sans qu'il se produise de modification du champ intérieur. D'autre part une enveloppe conductrice ne forme un écran électrique parfait que si elle est complètement close; mais, pratiquement, au degré de précision que comportent nos expériences, on peut faire de très grands trous dans l'enveloppe, la remplacer, par exemple, par un simple grillage, sans qu'elle cesse d'être efficace. On peut montrer ces deux propriétés à la fois par l'expérience suivante.

Un grillage métallique muni de pendules à l'extérieur et enveloppant un électroscopie est mis en communication avec une forte machine électrique: on n'observe aucun déplacement des feuilles tandis que les pendules extérieurs s'écartent violemment.

Cette expérience a été faite pour la première fois par Faraday. Il s'était placé lui-même à l'intérieur d'une cage reliée avec les plus puissantes machines de l'Association Britannique et dont on pouvait tirer à l'extérieur des étincelles de près d'un pied de longueur; Faraday n'éprouva aucun des effets caractérisques de l'électrisation du corps humain.

Les parois d'une salle, toujours un peu conductrices, forment un écran électrique et protègent complètement l'intérieur contre les actions électriques extérieures; aussi le corps humain n'est-il pas

oser entre un électroscopie et un bâton d'ébonite électrisé un
laque conductrice tenue à la main, la déviation des feuilles ces-
our reparaître quand on retire la plaque.

3. Conséquences des propriétés des écrans électriques. — Nous
lons maintenant examiner quelques applications de la proprié-
es écrans électriques.

Considérons une enceinte conductrice fermée; s'il n'y a aucun
corps électrisé, soit à l'intérieur, soit à l'extérieur, et si l'enceinte
elle-même n'est pas électrisée, le champ est nul partout. Électri-
sons l'enceinte; plaçons des corps électrisés à l'extérieur; d'ap-
pelle que nous avons vu précédemment, cela ne modifie en rien
champ à l'intérieur de l'enceinte; il y reste donc nul. Par con-
équent, la paroi intérieure n'est pas électrisée. Cette conséquence
rigoureusement vraie dans le cas d'une enceinte fermée, est enco-
pproximativement vraie si elle présente une ouverture; don-
en touchant une partie quelconque de la paroi intérieure avec un
corps conducteur tenu par un manche isolant, ce corps ne do-
as emporter d'électricité quand on le retire.

Ainsi, prenons un cylindre de cuivre électrisé et touchons
paroi intérieure à l'aide d'une boule d'épreuve (¹); puis portons
la boule dans un cylindre de Faraday; quoique l'ouverture de la
première cavité soit un peu grande, puisqu'elle est égale à la section
du cylindre, on n'observe aucune déviation de l'aiguille de l'éle-
ctromètre: tandis que, si la boule a touché la paroi extérieure du
cylindre électrisé, elle produit une déviation considérable. Cette
propriété a été mentionnée par Coulomb; c'est une simple consé-
quence du phénomène des écrans.

On peut électriser la boule d'épreuve avant de l'introduire dans
l'enceinte; si elle touche la paroi interne, elle perd son électricité

ment de l'électricité à la surface de l'enceinte : il suffit de toucher sa paroi interne avec un corps chargé de la même électricité quelque grande que soit la charge de l'enveloppe, quelque petite que soit celle du corps introduit, on augmente toujours ainsi la charge de l'enveloppe.

On peut montrer cet accroissement de la charge en prenant le cylindre de Faraday lui-même comme enveloppe ; on touche alternativement avec une sphère d'épreuve un conducteur électrisé et la paroi interne du cylindre ; à chaque nouvelle introduction on voit la déviation de l'aiguille augmenter.

Il résulte de ce qui précède que, si un corps électrisé, placé à l'intérieur d'une pièce, est mis en contact avec les parois, soit par un conducteur, soit par le corps de l'expérimentateur, il doit perdre toute son électricité ; celle-ci se répand à la surface extérieure de la salle et, par suite, se disperse à la surface de la Terre.

4. Cas d'une enceinte conductrice hétérogène. — A cause des phénomènes d'électricité de contact exposés Chapitre I^{er}, n° 16, les propriétés que nous venons d'étudier ne sont absolument pas rigoureuses que si l'enceinte est homogène. Si l'enceinte n'est pas homogène, le champ à l'intérieur n'est pas rigoureusement nul, même quand il n'y a pas de corps électrisé à l'intérieur. Si l'enceinte est homogène, lorsque l'on y introduit un corps et qu'on le met en contact avec la paroi, il ne sort désélectrisé complètement que s'il est exactement de la même nature que l'enceinte ; si l'on y introduit un corps de nature différente de façon qu'il touche la paroi, il sort chargé d'électricité. Par exemple, si dans un cylindre de Faraday en cuivre (ou en laiton), on a introduit un disque de zinc électrisé positivement ou négativement, il en sortira presque désélectrisé, mais pas complètement ; car il

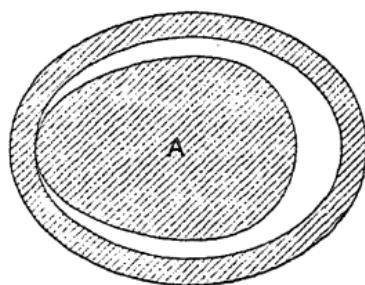
mais, dans ces conditions, la charge résiduelle est si faible qu'elle est absolument inappréciable avec les procédés les plus délicats.

Nous verrons pourtant plus loin l'utilité de la remarque faite à la fin de ce paragraphe : en négligeant toujours les effets dus à la hétérogénéité des conducteurs, on arriverait à ne plus pouvoir expliquer des phénomènes de la plus grande importance.

5. **Electrisation superficielle des conducteurs homogènes.** — Résulte de ce qui précède, comme nous allons le voir, qu'un corps conducteur homogène ne peut être électrisé qu'à la surface et qu'il n'y a pas d'électricité à son intérieur, en état d'équilibre électrique.

A l'intérieur d'une enceinte conductrice homogène, en état d'équilibre électrique, le champ est nul. Supposons qu'elle renferme un corps conducteur A de même nature et qui la touche en un point (fig. 20), il n'y a encore rien d'électrisé à l'intérieur de l'enceinte, et cela est vrai quelle que soit la grandeur de A. Il en est donc encore ainsi lorsque A remplit toute la cavité. Si l'onlève l'enveloppe, on doit laisser le corps A non électrisé, quan-

Fig. 20.

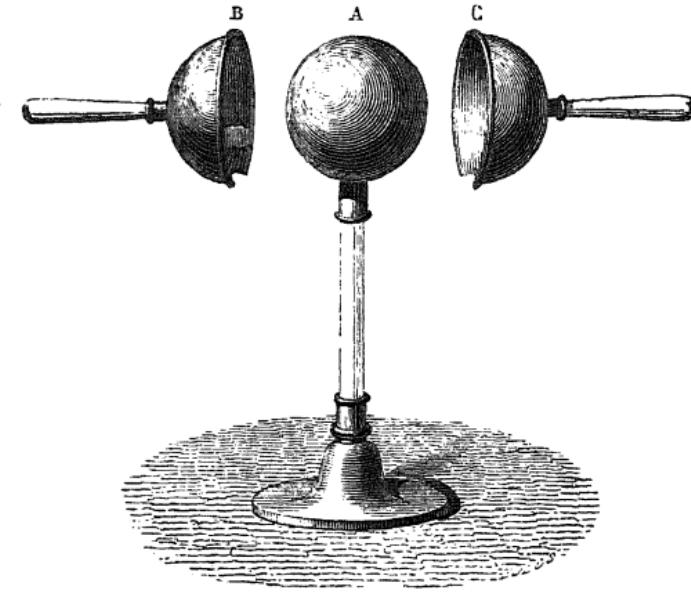


même il l'eût été avant son introduction, du moment qu'il n'a pas touché la paroi interne.

La vérification expérimentale se fait à l'aide d'une sphère métallique supportée par un pied isolant et de deux hémisphères d'acier évidés pour laisser passer les courants (fig. 21). La sphère

Ainsi, étant donné un corps conducteur électrisé, si l'on enlève la pellicule superficielle, elle emporte toute l'électricité; si l'on enlève ensuite une deuxième pellicule, celle-ci n'emportera plus

Fig. 21.



rien et il en sera de même pour toutes les couches successives dans lesquelles on pourrait décomposer le conducteur: *l'électricité dans l'état d'équilibre est répartie à la surface des conducteurs.*

Nous ne savons pas quelle est l'épaisseur de la couche dans laquelle l'électricité est localisée à la surface d'un conducteur; cette épaisseur est certainement inférieure au dixième de millimètre; certaines expériences semblent même montrer qu'elle est inférieure à un millième de millimètre. En tous cas, la couche électrisée est extrêmement mince.

Remarquons que ce n'est que dans le cas d'un conducteur homogène qu'il y a absence totale d'électricité à l'intérieur. Si s'agit d'un corps formé de cuivre et de zinc, il n'y a pas d'électricité dans tout l'intérieur, mais il y a une certaine quantité d'électricité dans la couche de cuivre.

On pourrait objecter que l'on constate l'existence d'un champ électrique à l'aide de la déviation d'un pendule électrisé et qu'il peut introduire ce pendule à l'intérieur d'un corps solide que, même si le corps conducteur est liquide comme le mercure, le pendule est alors presque instantanément désélectrisé au moment de son introduction.

Mais remarquons qu'il n'y a pas de démarcation nette entre les conducteurs et les isolants. Considérons d'abord un corps isolant tel que l'air, on peut y maintenir un pendule électrisé et voir l'action qu'il subit; il n'y a donc pas de difficulté dans ce cas pour mettre le champ en évidence. Prenons un corps un peu plus conducteur, l'huile de pétrole, par exemple; le pendule s'y maintient électrisé pendant quelque temps; si l'on vient à perturber le champ en déplaçant des corps électrisés avoisinants, ou en électrisant l'huile, on constate l'existence du champ; si l'on attend un certain temps, on n'observe plus rien, le pendule étant désélectrisé. Avec un corps meilleur conducteur, tel que l'alcool, il faudra peut-être faire l'expérience extrêmement vite pour constater le champ, et si cela devient matériellement impossible avec des corps encore plus conducteurs, comme l'eau acidulée ou le mercure, c'est qu'à cause du défaut de rapidité de nos moyens d'investigations, et l'on ne conçoit pas moins l'existence possible d'un champ électrique à l'intérieur d'un corps conducteur. Dire que le champ est nul à l'intérieur d'un corps conducteur homogène en état d'équilibre a donc un sens parfaitement intelligible.

Si le conducteur est hétérogène, dans un espace très restreint d'un part et d'autre de la surface de séparation de deux parties de nature différente, là où existe la couche électrique double, rien ne nous autorise à dire que le champ électrique est nul. Bien au contraire, il est fort probable *a priori* que la couche double exerce

où se disperse et disparaît si l'enceinte est en communication avec le sol.

D'une façon générale, si l'on introduit dans l'enceinte différents corps électrisés, il se développe par influence sur la surface interne de celle-ci des couches électriques. Nous allons démontrer par expérience que :

Quels que soient les corps conducteurs qui constituent l'enceinte, quels que soient les corps qui y sont introduits, la quantité d'électricité qui se développe sur la paroi interne est égale et de signe contraire à la somme algébrique des quantités d'électricité renfermées dans la cavité.

Autrement dit, si M est la somme des quantités d'électricité développées par influence sur la paroi interne de l'enceinte et M' la somme algébrique des charges des corps placés dans celle-ci on a

$$M + M' = 0.$$

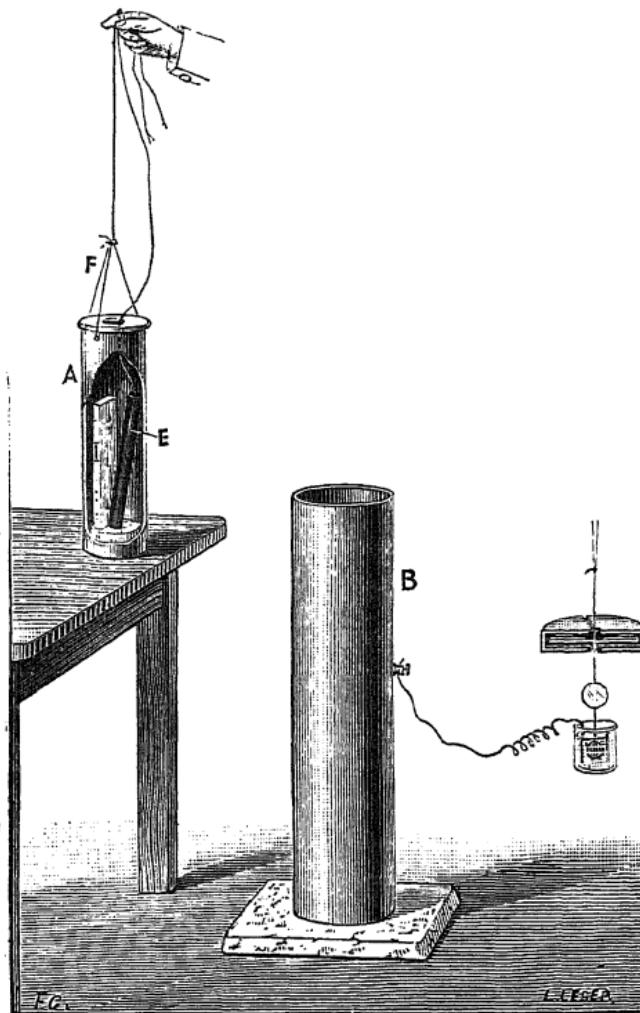
Par conséquent, si, dans l'épaisseur du métal qui forme l'enceinte, nous imaginons une surface fermée, la somme des quantités d'électricité situées à son intérieur est nulle; la loi est générale; elle est vraie que l'enceinte soit ou non homogène. Nous l'appellerons la *loi de Faraday*.

La vérification expérimentale peut se faire de la façon suivante. Comme enveloppe, prenons un cylindre non isolé A (fig. 22) dont le couvercle est percé d'un petit trou; nous mettons à l'intérieur différents corps I isolants ou non, mais non électrisés; puis nous introduisons un bâton d'ébonite E électrisé de manière qu'il reste isolé. L'extérieur du cylindre A étant en communication avec le sol ne possède pas de charge. Portons le tout dans le cylindre de Faraday B; nous n'observons aucun signe d'électrisation : la charge négative du bâton est exactement compensée par la charge positive

PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

Au lieu d'un seul corps électrisé on peut introduire plusieurs

Fig. 22.



corps électrisés, l'expérience faite comme ci-dessus montre que la loi de Faraday est toujours vérifiée.

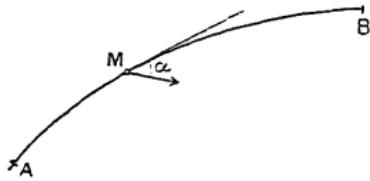
8. **Potentiel.** — La notion du *potentiel* a été introduite dans la Science depuis assez peu de temps; mais elle y joue un rôle

petite d'électricité ne peut que modifier infiniment peu le champ.

Nous nous placerons aussi toujours dans le cas où le mouvement du point électrisé n'entraîne aucune modification chimique du système (¹), ce qui est toujours possible.

Si un point M possédant une charge électrique constante se déplace d'un point A à un point B (fig. 23), la force électrique

Fig. 23.



qui agit sur lui accomplit un certain travail; supposons cette force électrique exactement équilibrée à tout instant par une force extérieure, de nature quelconque; le système formé par les corps électrisés qui produisent le champ et par le point M met en jeu un certain travail.

Ceci posé, nous allons d'abord considérer le cas où tout le système est à la même température.

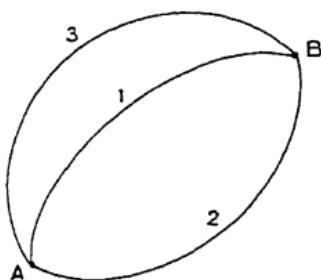
Si le point électrisé, après avoir voyagé dans l'espace, revient à son point de départ, la transformation éprouvée par le système, qui est réversible dans le sens qu'on attache à ce mot en Thermodynamique, est fermée, c'est-à-dire que l'état initial et l'état final sont identiques, et, par conséquent, que l'énergie du système est redevenue la même. Or, si un système éprouve à température uniforme une transformation réversible fermée, les principes de la Thermodynamique montrent que le travail des forces extérieures est nul. Ce travail se réduit ici au travail de la force extérieure équilibrant la force électrique agissant sur M; par conséquent, le travail de cette force électrique, toujours égal et de signe contraire à celui de la force extérieure, est nul.

PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

rons que cette propriété subsiste encore quand les différentes parties du système ne sont pas à la même température; cette extension ne nous amènera jamais à une contradiction avec l'expérience.

Il résulte de ce qui précède que, si le point mobile M se déplace de A en B, le travail W de la force électrique est indépendant du chemin parcouru. En effet, supposons que le chemin suivi a pour trajectoire la courbe 1 (fig. 24), et soit W_1 le travail de

Fig. 24.



force électrique. Ramenons le point en A par un chemin quelconque 2; soit W_2 le travail. Le point électrisé étant parti du point A et étant revenu au même point, le travail total est nul; on a donc

$$W_1 + W_2 = 0 \quad \text{ou} \quad W_1 = -W_2.$$

Faisons maintenant mouvoir le point électrisé de A en B suivant une nouvelle trajectoire 3, puis ramenons-le en A par le chemin 2; nous avons encore, en appelant W_3 le travail de la force électrique le long de la trajectoire 3,

$$W_3 = -W_2,$$

et par conséquent

$$W_3 = W_1.$$

travail dW , accompli par la force dans un déplacement de , est

$$dW = m\varphi \cos\alpha de;$$

on a donc

$$\frac{dW}{m} = \varphi \cos\alpha de.$$

Considérons un autre point possédant une charge m' , de même signe, et se déplaçant sur la même trajectoire, on a de même

$$\frac{dW'}{m'} = \varphi \cos\alpha de,$$

et, par suite,

$$\frac{dW}{m} = \frac{dW'}{m'}.$$

Si la charge m' n'était pas de même signe que la charge m le sens de la force serait changé et α serait remplacé par son supplément; par suite, $\cos\alpha$ et dW' changerait de signe, comme m' et l'on aurait encore la même relation. En intégrant le long de la trajectoire, on a

$$\frac{W}{m} = \frac{W'}{m'}.$$

Le quotient du travail de la force électrique par la quantité d'électricité du point mobile est donc indépendant du chemin parcouru et de la charge du point électrisé, il ne dépend que des deux points A et B.

Ce qui précède nous amène à la définition du potentiel. Considérons un point fixe O comme origine et un point A du champ; un point chargé d'une quantité m d'électricité positive va de A en O par un chemin quelconque; la force électrique produit un certain travail W ; le quotient $\frac{W}{m}$, qui ne dépend que de la position du point A dans le champ, est, par définition, le potentiel

Le travail total accompli pendant le déplacement de A₁ en O, on

$$W_1 = \varpi + W_2,$$

où, en divisant par la charge m du point M,

$$\frac{W_1}{m} = \frac{\varpi}{m} + \frac{W_2}{m};$$

$\frac{V_1}{n}$ est le potentiel V_1 du point A₁, $\frac{W_2}{m}$ le potentiel V_2 du point A₂, on a donc

$$V_1 = \frac{\varpi}{m} + V_2,$$

où

$$\varpi = m(V_1 - V_2).$$

Ainsi, le travail accompli par la force électrique agissant sur un point électrisé qui se déplace du point A₁ au point A₂ s'obtient en multipliant la charge du point mobile par l'excès du potentiel du point de départ sur celui du point d'arrivée.

On voit immédiatement que la relation (1) reste exacte si la charge m est négative.

Comme le travail de la force agissant sur le point M se déplaçant du point A₁ au point A₂ est indépendant de la position du point O choisi comme origine, d'après la relation (1) la différence de potentiel $V_1 - V_2$ entre deux points du champ ne dépend pas de cette origine O.

9. Potentiel à l'intérieur d'un conducteur homogène. — Appelons la relation précédente aux différents points d'un conducteur homogène en équilibre électrique, électrisé ou non. Pour cela, faisons voyager à son intérieur un point M chargé d'une

entraîne

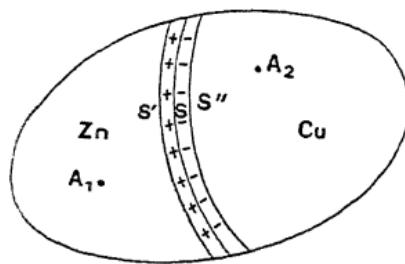
$$V_1 = V_2,$$

V_1 et V_2 étant les potentiels de deux points quelconques à l'intérieur du conducteur, on voit que *le potentiel est le même en tous les points à l'intérieur d'un conducteur homogène en équilibre électrique*. Ce n'est qu'à partir de la surface que le point M peut se trouver dans un champ électrique, que le travail peut n'être plus nul et que le potentiel peut varier.

La proposition précédente n'est plus exacte si le conducteur n'est pas en équilibre électrique ; dans ce cas, le champ n'est pas constamment nul à l'intérieur du conducteur et la démonstration est en défaut.

10. Différence de potentiel entre deux conducteurs de nature différente au contact. — Lorsque le conducteur n'est pas homogène, même s'il est en équilibre électrique, le potentiel n'est pas forcément le même en tous ses points. Supposons un conducteur formé de deux parties homogènes juxtaposées, du zinc et du cuivre, par exemple. A la surface S de séparation (fig. 25), il y a

Fig. 25.

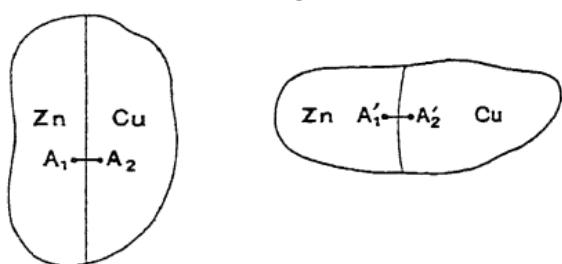


une couche double d'électricité, négative du côté du cuivre et positive du côté du zinc, comprise entre deux surfaces parallèles S' et S'' qui sont excessivement voisines. Tous les points du zinc

pas nul dans la relation $\varphi = m(V_1 - V_2)$, donc V_1 est différent de V_2 . Ainsi il peut y avoir une différence de potentiel entre zinc et le cuivre. Nous allons voir, un peu plus loin (n° 11) comment le phénomène présenté par les piles montre qu'effectivement une différence de potentiel existe, en général, entre deux conducteurs de nature différente en contact.

Cette différence de potentiel entre deux conducteurs en contact peut dépendre que de la nature chimique et physique des deux corps (en entendant par *nature physique* : la température, l'état solide ou liquide, etc.); c'est une constante, indépendante de l'étendue de la surface de contact, de l'électrisation des conducteurs et des corps environnents. Considérons, en effet, deux conducteurs mixtes formés chacun de zinc et de cuivre, par exemple, placés dans un champ électrique (fig. 26). La surface

Fig. 26.



ces conducteurs forme un écran électrique parfait, le champ intérieur est donc absolument indépendant des charges extérieures ou celles qui se trouvent sur la surface externe du conducteur considéré. Prenons alors deux points A_1 , A_2 , dans l'un, A'_1 , A'_2 dans l'autre, de part et d'autre de la surface de séparation et occupant les mêmes positions relativement à cette surface dans les deux corps; nous les supposons assez près pour négliger leur distance vis-à-vis des rayons de courbure de la surface de séparation du zinc et du cuivre. Sur les lignes droites $A_1 A_2$ et $A'_1 A'_2$ l'

très faible; peu importe, d'ailleurs, pour le moment; tal, c'est qu'elle est constante. On emploie un symbole pour représenter cette constante: soient A et B les électeurs, V_A et V_B leurs potentiels; on convient de représenter la différence $V_B - V_A$ par le symbole $A|B$. Si le potentiel de B est plus élevé que celui de A, $A|B$ est positif; ainsi $Cu|Zn$ parce que, dans le cas du zinc et du cuivre au contact, le zinc a le potentiel le plus élevé. Il résulte de cette définition que, si l'on change l'ordre des termes, on change la grandeur sans modifier sa valeur absolue, c'est-à-dire que

$$A|B = -B|A.$$

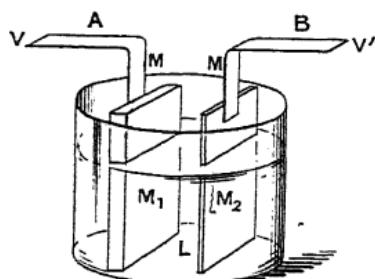
II. Différence de potentiel entre les deux pôles d'une pile.

Nous allons faire l'application des résultats précédents aux piles électriques dont nous avons donné plus haut (Chap. I) la définition.

Les deux pôles d'une pile, qui sont des métaux de nature soudés à chacune des électrodes, sont réunis par des conducteurs. A l'intérieur de chacun d'eux, le potentiel est constant; mais il peut varier lorsque l'on passe de l'un à l'autre.

Soient M (fig. 27) le métal commun des deux pôles

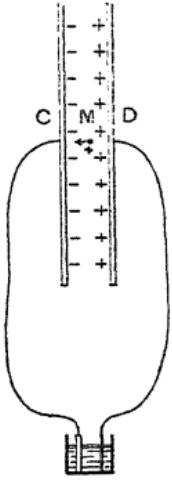
Fig. 27.



tière de l'électrode communiquant avec A, M_2 celle de l'électrode communiquant avec B. L'élément est

Nous allons voir que cette différence de potentiel $V' - V$ entre les deux pôles d'une pile n'est pas nulle. Pour cela, supposons les pôles en communication par un fil métallique avec deux plateaux métalliques de même nature C, D, parallèles et très rapprochés (fig. 28). Nous avons vu que ces plateaux s'attirent et nous

Fig. 28.



vons conclu de là que l'un, D, est chargé d'électricité positive l'autre, C, d'électricité négative. Les deux plateaux sont de même nature; s'ils sont, en outre, de même nature que les pôles, la différence de potentiel est la même que celle des pôles; s'ils sont de nature différente, il y a même variation de potentiel de chaque côté lorsqu'on passe du pôle au plateau correspondant et, par suite, la différence de potentiel des deux plateaux est encore même que celle des pôles.

Supposons un point électrisé M dans l'intervalle des deux plateaux; quelle que soit sa position, s'il est chargé positivement, il est repoussé par D et attiré par C; si donc il voyage de la surface D à la surface C, la force électrique agit dans le sens du déplacement, le travail accompli est positif, puisque m est également

ment, *pôle négatif*, l'autre; on voit donc que *le pôle positif est à un potentiel plus élevé que le pôle négatif*.

Cette différence de potentiel qui existe entre les pôles d'une pile en équilibre électrique a reçu le nom de *force électromotrice de la pile*.

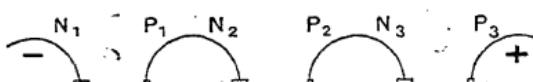
Chacun des termes du second membre de la relation (1) ne dépend que de la nature des deux conducteurs au contact, on voit que la force électromotrice $V' - V$ ne dépend que de la nature des matériaux qui constituent la pile, et ne dépend pas de la distance et des dimensions des électrodes ou des pôles : c'est une quantité constante pour tous les éléments de pile formés de mêmes substances.

Nous voyons aussi que $V' - V$ n'étant pas nul, il faut que les termes du second membre de la relation (1) ne soient pas tous nuls : en général, *la différence de potentiel de deux conducteurs différents au contact n'est pas nulle*.

Comme cette différence de potentiel serait nulle si, dans l'intérieur de la couche électrique double, le champ électrique était constamment nul n° (10), il en résulte qu'en général *le champ électrique n'est pas nul à l'intérieur de la couche électrique double de la surface de séparation de deux conducteurs de nature différente au contact*.

Considérons plusieurs éléments de pile associés en tension (Chap. I, n° 11), c'est-à-dire tels que le pôle positif de chacun soit relié au pôle négatif du suivant, et supposons tous les pôles de même nature. Soit V le potentiel de N_1 (fig. 29), pôle né-

Fig. 29.



PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

rice de cet élément, le potentiel de son pôle positif P_2 est égal à celui du pôle négatif augmenté de e_2 , c'est-à-dire $V + e_1 + e_2$, ainsi de suite. Le potentiel V' du pôle positif libre du dernier élément est donc

$$V' = V + e_1 + e_2 + \dots + e_n,$$

l'où

$$2) \quad V' - V = e_1 + e_2 + \dots + e_n;$$

e_1, e_2, \dots sont positifs, donc le potentiel du pôle positif du dernier élément est supérieur à celui du pôle positif du premier. La force électromotrice totale $E = V' - V$ est égale à la somme des forces électromotrices de chacun des éléments associés. Si, en particulier, tous ces éléments sont identiques entre eux comme dans la composition, on a

$$e_1 = e_2 = \dots = e_n,$$

l'où

$$3) \quad E = ne.$$

Cette propriété est d'une grande importance; elle montre qu'avec des éléments de pile identiques associés en tension, on peut voir entre les pôles extrêmes des différences de potentiel croissant comme les nombres entiers. De là, un moyen d'avoir une échelle des différences de potentiel.

12. Mesure relative des différences de potentiel. — Nous allons voir que l'électromètre à quadrants permet de mesurer les différences de potentiel d'une même substance. Comme nous l'avons indiqué, pour se servir de l'instrument il faut faire communiquer les quadrants pairs avec le pôle positif d'une pile d'un grand nombre d'éléments, les quadrants impairs avec le pôle négatif et le milieu de la pile avec le sol. A cause des différences de poten-

avec une autre plaque de laiton à un potentiel V , et au potentiel $V + a$. Si elle communique successivement avec divers objets de même substance, son potentiel varie comme les objets eux-mêmes.

En particulier, mettons l'aiguille successivement en cation avec les différents pôles d'une pile formée d'éléments, de force électromotrice e , associés en tension. Des pôles extrêmes est au sol et l'autre isolé. Le spot du miroir de l'électromètre s'avance chaque fois que l'on de e l'excès de potentiel de l'aiguille sur celui du sol. Si cède en sens inverse, le spot se déplace en sens contraire. Si que les déviations de l'aiguille sont faibles, on constate que la quantité dont se déplace le spot est la même pour chaque tension égale à e : les déviations sont alors proportionnelles à l'excès de potentiel de l'aiguille.

Cette propriété que la variation de l'aiguille dépend de la variation de potentiel des corps de même nature mis en contact, étant constatée, l'appareil permet de mettre en évidence les variations de potentiel que subit un même corps ou deux corps de même substance. On peut prendre, par exemple, comme mesure relative de différence de potentiel, la force électromotrice de l'élément Volta, formé de zinc, cuivre et eau acidulée. La propriété que possède l'instrument de donner des déviations proportionnelles aux différences de potentiel, quand celles-ci sont suffisamment petites, facilite son emploi.

L'électromètre permet de vérifier que la force électrique d'un élément ne dépend ni de l'écartement des électrodes, ni de leurs dimensions, tandis qu'elle dépend de la nature des matériaux ou du liquide.

PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

des différences de potentiel au contact, on a, identiquement, en appelant V et V' les potentiels des métaux extrêmes,

$$V' - V = M_1 | M_2 + M_2 | M_3 + M_3 | M_4 + \dots + M_{n-1} | M_n;$$

la loi des tensions de Volta s'exprime alors par

$$1) \quad M_1 | M_2 + M_2 | M_3 + M_3 | M_4 + \dots + M_{n-1} | M_n = M_1 | M_n,$$

et comme on sait que

$$M_1 | M_n = - M_n | M_1,$$

on a

$$2) \quad M_1 | M_2 + \dots + M_{n-1} | M_n + M_n | M_1 = 0;$$

a différence de potentiel entre deux métaux de même nature, terminant une chaîne de métaux quelconques à la même température est nulle.

Ce second énoncé de la loi est identique au premier, car si la relation (2) est toujours exacte, il en est de même de la relation (1).

On démontre expérimentalement la loi de Volta en mettant l'aiguille de l'électromètre successivement en contact avec les deux extrémités d'une chaîne terminée par des métaux identiques. On constate que la déviation de l'aiguille reste la même.

La loi de Volta est vraie pour les métaux, qu'ils soient simples ou composés (alliages). Il y a, en outre, un assez grand nombre de substances conductrices qui obéissent à cette loi : le carbone, l'ellure, la pyrite de fer et, d'une manière générale, tous les conducteurs qui ne sont pas de la nature des sels ou des acides. Au contraire, si l'on intercale dans la chaîne des conducteurs, tels que des sels fondus ou dissous, ou bien des acides, les conducteurs extrêmes ne présentent plus, en général, la même différence de potentiel que s'ils étaient directement en contact; c'est

formée de pièces de fer et d'un alliage de zinc et d'antimoine alternativement soudées les unes aux autres; si l'on chauffe les soudures paires, en laissant froides les soudures impaires, l'electromètre permet de constater une différence de potentiel entre les deux métaux de même nature qui terminent la chaîne, et que l'on appelle les *pôles* de la pile thermo-électrique.

La loi des tensions de Volta présente de très nombreuses applications. Elle permet de démontrer immédiatement que la force électromotrice d'un élément est indépendante de la nature des pôles.

On a, en effet, pour l'expression de la force électromotrice de la pile (n° 11), en fonction des différences de potentiel au contact

$$e = M | M_1 + M_1 | L + L | M_2 + M_2 | M;$$

mais, d'après la loi de Volta (1),

$$M_2 | M + M | M_1 = M_2 | M_1,$$

d'où

$$e = M_1 | L + L | M_2 + M_2 | M_1;$$

on voit que le métal *M* qui constitue les pôles n'entre plus dans l'expression de la force électromotrice.

Dans une pile montée en tension, nous avons supposé que les pôles de tous les éléments sont de même nature; si cette condition n'est pas remplie, la pile conserve néanmoins la même force électromotrice, c'est-à-dire la même différence de potentiel entre les pôles extrêmes, supposés toujours de même nature. En effet, la différence de potentiel de deux électrodes consécutives reste la même quelle que soit la nature des métaux qui les relient entre

PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

en contact avec B, il prend le potentiel

$$V_2 = V' + B | L,$$

où

$$V_1 - V_2 = V - V' + A | L - B | L.$$

Si les corps A et B ainsi que le fil L sont des métaux, on a

$$A | L - B | L = A | L - L | B = A | B,$$

où

$$V_1 - V_2 = V - V' + A | B;$$

l'aiguille indique $V_1 - V_2$ qui n'est pas égal à la différence cherchée $V - V'$. Prenons, par exemple, une lame mi-partie zinc mi-partie cuivre; l'aiguille indique la même déviation, que le fil métallique, qui aboutit à celle-ci, communique par son autre extrémité avec le zinc ou avec le cuivre, puisque, en définitive, il communique toujours avec le cuivre, soit par l'intermédiaire du zinc, soit directement.

14. Vérification de l'égalité de potentiel aux divers points d'un conducteur homogène. — Nous pouvons maintenant vérifier expérimentalement que le potentiel est le même en tous les points intérieur d'un corps conducteur homogène en équilibre électrique.

En tenant par un long manche d'ébonite l'extrémité d'un fil métallique aboutissant à l'électromètre, on promène celle-ci sur la surface d'un conducteur électrisé; l'aiguille ne se déplace pas lorsque le point de contact varie (¹).

On peut aussi mettre un point quelconque d'un conducteur liquide en communication avec l'extrémité du fil aboutissant à l'aiguille, sans que la position de celle-ci varie s'il y a équilibre.

différents; on constate par le même moyen que le point à l'autre du liquide.

15. **Analogie du potentiel et de la température.** — analogie remarquable entre le potentiel et la température l'électromètre et le thermomètre. Considérons, en masse de liquide dans laquelle plonge un thermomètre. L'indication du thermomètre peut nous faire la quantité de chaleur qu'il a reçue ainsi que la variation de température. Mais, tandis que la quantité de chaleur reçue par le thermomètre n'a pas de relation simple avec la quantité de chaleur dans le liquide, la variation de la température du thermomètre est en rapport direct avec la variation de température du liquide. D'une manière analogue, l'électromètre mis en communication avec un condensateur peut nous faire connaître soit la quantité d'électricité qu'il a reçue par l'aiguille, soit la variation de son potentiel. Mais, tandis que la quantité d'électricité reçue par l'aiguille n'a aucune relation avec la quantité d'électricité reçue par le conducteur qui la porte, la variation de potentiel de l'aiguille est égale à la variation de potentiel du conducteur.

16. **Surfaces équipotentielles.** — En général, le potentiel n'est pas le même en deux points différents quelconques. Cependant, on peut trouver un nombre infini de points ayant le même potentiel sur une même surface et ayant même potentiel : une telle surface est dite *surface équipotentielle*. On établit l'existence de telles surfaces de la façon suivante :

Considérons un point électrisé M, partant d'un

irection du champ au point où il se trouve. Soit m la charge du point M ; nous avons vu que le travail ω accompli pendant le déplacement est donné par la relation

$$\omega = m(V_1 - V_2).$$

Le mouvement du point M ayant lieu perpendiculairement à la direction de la force électrique qui agit sur lui, le travail est nul pendant tout le déplacement; on a donc $\omega = 0$, et, puisque m n'est pas nul,

$$V_1 = V_2.$$

La trajectoire du point électrisé est donc telle que, pour tous ses points, le potentiel est le même: cette trajectoire est une *ligne equipotentielle*.

Mais le point M peut partir du point A , normalement à la direction du champ, dans une infinité de directions; il y a donc une infinité de lignes equipotentielles partant de ce point A , tangentes au plan perpendiculaire à la direction du champ: elles sont toutes situées sur une surface equipotentielle.

En tout point A d'une surface equipotentielle, la direction du champ est celle de la normale à la surface. Déplaçons, en effet, le point électrisé M sur la surface equipotentielle, du point A au point infiniment voisin B ; désignons par de la distance AB , par f la force électrique qui agit sur M , et par α l'angle de la direction de cette force avec la direction du déplacement AB ; le travail élémentaire est alors représenté par $fde \cos \alpha$. Or, dans la relation $\omega = m(V_1 - V_2)$, on a $V_1 = V_2$, et, par suite, puisque m n'est pas infini, $\omega = 0$; c'est-à-dire: $fde \cos \alpha = 0$, d'où $\cos \alpha = 0$ et $\alpha = \frac{\pi}{2}$. La force électrique est donc perpendiculaire au déplacement AB , et ce résultat est vrai pour toute droite tracée dans différentes directions,

du conducteur mais très près de sa surface est normale à celle

17. **Lignes de forces.** — On appelle *ligne de forces* la ligne engendrée par un point géométrique se dirigeant dans la direction du champ électrique en ce point. On voit de cette définition que, en chaque point d'une ligne de forces, la direction du champ est celle de la tangente à la ligne. Il résulte de ce qu'en un point de rencontre d'une ligne de forces et d'une surface équipotentielle, la tangente à la ligne de forces est normale à la surface : *la ligne de forces coupe orthogonalement une surface équipotentielle*.

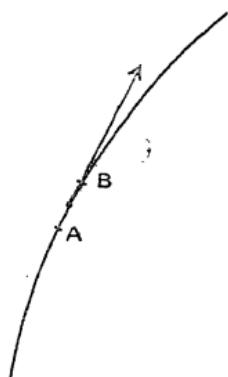
Par chaque point d'un champ électrique passent une ligne de forces et une surface équipotentielle ; toutes ces surfaces sont de la même classe et les lignes de forces en sont les trajectoires fondamentales.

Considérons, par exemple, une sphère conductrice S placée à l'intérieur d'une enceinte sphérique S' concentrique et homogène à S . La sphère S est électrisée et il n'y a pas d'électricité dans l'intervalle des deux sphères. Dans ces conditions, on sait qu'il y a, répartie à la surface de l'enceinte, une charge négative égale à la charge positive de S . Le champ intérieur n'est pas influencé par les charges extérieures et comme il n'y a pas d'autres charges à l'intérieur qu'à la surface de S' , par raison de symétrie, les surfaces équipotentielles sont des sphères concentriques à S et les lignes de forces sont des droites droites disposées suivant les rayons communs aux deux sphères.

Le plus souvent, la distribution des lignes de forces et des surfaces équipotentielles est très compliquée. Des méthodes mathématiques permettent de trouver la valeur du potentiel en un point quelconque du champ ; mais elles ne sont applicables qu'à des champs

Soient A (fig. 31) un point d'une ligne de forces et B un poi-

Fig. 31.



nfiniment voisin de A pris sur cette même ligne dans le sens du champ; V étant le potentiel au point A, le potentiel en B est $V + dV$. Soient φ la valeur du champ dans cet intervalle infiniment petit, et de la distance AB; si un point chargé d'une quantité d'électricité se déplace de A en B, la force électrique accomplit un travail

$$d\varpi = fde = m\varphi de;$$

mais la relation générale $\varpi = m(V_1 - V_2)$ donne l'expression suivante pour le travail mis en jeu :

$$d\varpi = -mdV.$$

En égalant ces deux expressions de $d\varpi$, on a,

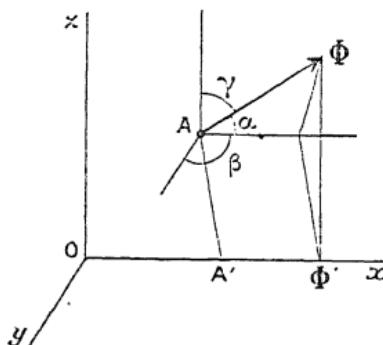
$$\begin{aligned} m\varphi de &= -mdV, \\ \varphi de &= -dV; \end{aligned}$$

de est positif, donc dV est négatif; ainsi, quand on se déplace sur une ligne de forces dans le sens du champ, le potentiel va constamment en diminuant : *le champ est tourné du côté des potentialités décroissantes*. On a d'ailleurs

rigée, telle que le champ électrique, il est souvent a considérer les projections de cette grandeur sur trois données rectangulaires ox , oy , oz .

Soient $A\Phi$ la droite représentative du champ (fig. 32).

Fig. 32.



angles que forme la direction du champ, comptée dans le sens du champ avec la direction positive des coordonnées. La projection du champ sur l'axe ox est la projection $A'\Phi'$ de $A\Phi$ sur cet axe,

$$A'\Phi' = A\Phi \cos \alpha = \varphi \cos \alpha.$$

Désignons, d'une façon générale, par X la composition du champ suivant ox ,

$$X = \varphi \cos \alpha.$$

Nous aurons, de même, en désignant par Y et Z les projections du champ sur les axes oy et oz :

$$Y = \varphi \cos \beta,$$

$$Z = \varphi \cos \gamma.$$

Un point $A(x, y, z)$, chargé d'une quantité m d'électricité, est soumis à une force AE , dans la direction

i m est négatif, la force AF est dirigée en sens contraire du champ; ses projections sont égales aux précédentes mais de signe contraire; les formules (1) s'appliquent encore sans modification.

Ainsi, quand on connaît, en chaque point d'un champ, les composantes X , Y , Z , on connaît aussi, en grandeur, direction et sens la valeur de la force qui agit sur un point chargé d'une quantité m d'électricité positive ou négative.

On peut exprimer les composantes X , Y , Z , du champ au moyen des dérivées partielles du potentiel prises par rapport à x , y , z . Pour chaque point du champ, il y a une valeur et une seule de potentiel; le potentiel est donc une fonction uniforme des coordonnées :

$$V = \Psi(x, y, z).$$

Lorsque l'on passe d'un point A (x, y, z) à un point infinitésimement voisin B ($x + dx, y + dy, z + dz$), le potentiel V prend la valeur infinitésimement voisine $V + dV$; dV est la différentielle totale du potentiel par rapport à x , y et z :

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz.$$

Évaluons le travail de la force électrique agissant sur un point M chargé d'une quantité m d'électricité, quand il se déplace de A à B; la formule générale nous donne

$$2) \quad dw = m[V - (V + dV)] = -mdV = -m\left(\frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz\right).$$

D'autre part

$$dw = f_x dx + f_y dy + f_z dz;$$

l'où, en vertu des relations (1),

$$3) \quad dw = m(X dx + Y dy + Z dz).$$

dz . Il faut pour cela que les coefficients de dx , dy et dz soient les mêmes dans les deux membres de la relation (4); d'où

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x},$$

$$Y = -\frac{\partial V}{\partial y},$$

$$Z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Ainsi, les composantes X , Y , Z du champ sont respectivement les dérivées partielles du potentiel par rapport à x et z , changées de signe.

En définitive, si l'on connaît le potentiel en chaque point, connaît partout le champ en grandeur, direction et sens.



CHAPITRE III.

DENSITÉS ET TENSION ÉLECTRIQUES.

1. **Densité électrique superficielle.** — Dans un conducteur homogène en équilibre électrique, il n'y a d'électricité qu'à la surface; l'électricité occupe une couche superficielle excessivement mince, d'une épaisseur inférieure à un millième de millimètre. On peut déterminer expérimentalement la quantité d'électricité qui se trouve sur une surface donnée d'un conducteur. Pour cela, on a, par exemple, sur la surface de celui-ci, une petite lame de même substance que le conducteur et tenue par un manche isolant, et supposant que la lame recouvre exactement la surface et ait une épaisseur très faible, par exemple de l'ordre du dixième de millimètre, la distribution superficielle de l'électricité n'est pas modifiée. La quantité d'électricité qui se trouvait sur la région du conducteur maintenant recouverte est actuellement sur la lame; si on enlève celle-ci normalement, on enlève une quantité d'électricité juste égale à celle qui se trouvait sur le conducteur à l'endroit recouvert; cette quantité peut se mesurer au moyen d'un cylindre de Faraday.

Si la superficie de la lame est petite vis-à-vis du rayon de courbure de la surface du conducteur, il n'est pas nécessaire que l'application se fasse exactement, et l'on peut donner à la lame une forme plane; le système formé par ce petit plan et son manche

l'aide du plan d'épreuve. Soit m la quantité d'électricité qui occupe la surface s ; dans le cas d'une surface uniformément électrisée le rapport $\frac{m}{s}$ est constant, on l'appelle la *densité superficielle* σ du conducteur

$$(1) \quad \sigma = \frac{m}{s};$$

ce quotient reste constant quelque petite que soit la surface. La limite, on a donc

$$\sigma = \frac{dm}{ds}.$$

Si la surface n'est pas uniformément électrisée, on peut décrire une petite surface entourant un point A et l'intégrer le long d'une courbe. On appelle *densité électrique superficielle moyenne* l'intérieur de cette courbe le quotient

$$(2) \quad \sigma_m = \frac{m}{s}$$

de la quantité d'électricité m qui recouvre la région délimitée par la surface s . Si le périmètre tend vers zéro

toujours le point A, la limite de la densité moyenne devient

ce que l'on appelle la *densité électrique superficielle*

Si l'on applique l'égalité

$$(3) \quad \sigma = \frac{dm}{ds}$$

à une surface d'étendue finie, on a

$$m = \int \sigma \, ds$$

ar le plan d'épreuve étaient déterminées au moyen de sa balance de torsion. En opérant ainsi, il a trouvé que la densité superficielle n'est pas, en général, constante, sauf dans les cas de symétrie parfaite, par exemple dans le cas d'une sphère conductrice isolée et soustraite à toute action d'influence.

D'une façon générale, sur les parties en saillie la densité est plus grande qu'ailleurs ; le phénomène s'exagère quand ces parties s'allongent, par exemple dans le cas d'une pointe ou d'une arête. Il est bien évident que, sur une arête ou à l'extrémité d'une pointe, on ne peut mesurer la densité électrique avec un plan d'épreuve, puisque, si petit que soit celui-ci, il ne pourrait jamais s'appliquer exactement sur la pointe ou l'arête ; mais des considérations théoriques montrent que la densité y est infiniment grande par rapport à ce qu'elle est sur les autres parties du conducteur (*voir* Chap. IV, § 19).

Si la surface présente des cavités, à leur intérieur la densité est peu près nulle.

2. Densité électrique cubique. — Les corps non conducteurs peuvent être électrisés à l'intérieur, et cette électrisation peut durer un temps considérable ; il y a donc lieu de considérer une *densité électrique cubique*. Si dm est la quantité d'électricité contenue dans un élément de volume $d\psi$, par définition le quotient $= \frac{dm}{d\psi}$ est la densité cubique au point du corps considéré.

Cette quantité n'a pas donné lieu à des mesures expérimentales.

3. Tension électrique. — A la surface des conducteurs électrisés se produit des forces de tension que nous allons examiner maintenant.

Considérons un contour formé infiniment petit AA' (fig. 3).

plan parallèle à l'élément, situé à l'intérieur du conducteur, à la limite de la couche électrique. Le conducteur à l'intérieur du cylindre $AA'BB'$ est électrisé. Or le champ au voisinage du conducteur électrisé n'est pas nul et est normal à sa surface à une distance intérieure comparable à l'épaisseur de la couche, il est nul. En traversant cette couche il passe ainsi graduellement de zéro à une valeur finie. Si l'on divise le petit cylindre en couches infiniment minces, parallèles à la surface du conducteur, toutes ces couches sont soumises à un champ électrique. Supposons le conducteur électrisé positivement; dans ce cas le champ est tourné vers l'extérieur, comme nous le démontrons rigoureusement plus loin; les forces électriques sont alors dirigées aussi vers l'extérieur et ont une résultante qui tend à éloigner l'élément de surface limité par AA' : c'est la *force de tension électrique*. Dans le cas où l'électrisation du conducteur est négative, le champ est dirigé vers l'intérieur, comme nous le démontrons plus loin; mais les forces électriques qui s'exercent sur la couche électrisée négativement sont dirigées en sens inverse du champ; par conséquent, la résultante est encore dirigée vers l'intérieur. C'est bien encore une force de tension qui tente d'éloigner l'élément de surface AA' .

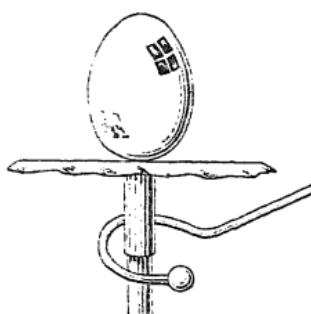
Les forces de tension sont évidemment nulles si la couche est elle-même pas électrisée, et d'autant plus grandes que la densité superficielle est elle-même plus forte.

Si l'élément est infiniment petit ds , la force de tension est une force infiniment petite df ; le quotient $\frac{df}{ds}$ est ce qu'on appelle la *charge électrique* pour cet élément; nous la désignerons par

$$\tau \equiv \frac{df}{ds} \quad \text{d'où} \quad df = \tau \, ds$$

à un conducteur en communication avec un pôle d'une machine électrique (fig. 34). La densité est nulle à la partie inférieure d'

Fig. 34.



la bulle, puisque celle-ci touche le support conducteur; en hau-
u contraire, la densité est forte; à égalité de surface les forces de
tension sont donc plus grandes en haut qu'en bas. La bulle dont la surface est tirée par ces forces de tension va grossir et surtout s'allonger verticalement. Si l'adhérence avec le support n'est pas suffisante, la bulle est soulevée et s'échappe. Si l'adhérence est assez grande pour empêcher la bulle de s'échapper, les forces de tension peuvent faire crever la partie supérieure, qui se referme ensuite sous l'action des forces capillaires, et ainsi de suite; la bulle diminue peu à peu de volume.

On peut faire une expérience analogue en mettant en communication avec une machine électrique une cloche de mousseline très légère (¹). Avant l'électrisation, les bords retombent; quand la machine est actionnée, ils s'écartent, au contraire, et la cloche se gonfle, montrant ainsi l'existence des forces de tension qui s'exercent sur la partie extérieure de la cloche. Leur effet n'est que très peu diminué par les forces de tension qui s'exercent sur la surface interne de la cloche, car celles-ci sont presque nulles la densité électrique y étant elle-même presque nulle.

Lorsque le corps électrisé est rigide, les forces de tension sont comme tout système de forces appliquées à un corps indéformable.

peuvent être remplacées par une résultante et par un vecteur résultant; le corps peut donc être entraîné par la résultante qui a lieu lorsque l'on approche un bâton de résine d'une balle de sureau suspendue par un fil conducteur en communication avec le sol. Par influence, la région de la balle vers le bâton se charge positivement; de ce côté la charge est donc plus considérable que dans les autres directions; la résultante est dirigée vers le bâton. La tension électrique entraîne ainsi l'attraction apparente du bâton de résine sur le fil.

D'une manière générale, la considération des forces élémentaires seules suffit à expliquer les effets mécaniques qui se manifestent sur un conducteur électrisé.



CHAPITRE IV.

LES PRINCIPES DE L'ÉLECTROSTATIQUE ET LEURS CONSÉQUENCES.

Pour pouvoir poursuivre l'étude de l'Électrostatique il est nécessaire d'exposer maintenant deux *principes*, c'est-à-dire deux propositions très probables *a priori*, mais démontrées surtout par l'exactitude de toutes leurs conséquences. Ils ont presque toujours été admis jusqu'ici d'une manière implicite.

1. Principe d'action de milieu. — L'idée de forces s'exerçant entre des corps éloignés sans intermédiaire répugne trop à notre esprit pour pouvoir être admise. Il ne faut pas se faire illusion sur l'existence d'action à distance par l'énoncé de certaines lois telles que celle de la gravitation universelle. Du reste, quand le grand physicien anglais Newton a déduit ces lois des lois de Képler, il les a énoncées en disant : « *Tout se passe comme si les corps célestes attiraient, suivant la droite qui joint leur centre, en raison de leurs masses et en raison inverse du carré de leur distance* ». Il indiquait ainsi qu'il ne croyait nullement à une attraction s'exerçant à distance et qu'il donnait seulement une équivalence mathématique de l'action réelle qui lui était et nous est encore inconnue.

Tous les phénomènes qui nous semblent produits à distance sont dus à des modifications du milieu ambiant. Ainsi, introduire

peut dépendre que de la nature et de l'état du milieu au point considéré et dans son voisinage immédiat.

Nous appellerons cette proposition le *principe d'action du milieu*.

Par exemple, la densité cubique en un point d'un diélectrique ne peut dépendre, outre la nature de celui-ci, que de l'état électrique au point considéré et aux points environnants, c'est-à-dire ne peut dépendre que des trois composantes X, Y, Z du champ et de leurs dérivées par rapport aux coordonnées $\frac{\partial X}{\partial x}$, $\frac{\partial X}{\partial y}$, $\frac{\partial X}{\partial z}$, $\frac{\partial Y}{\partial x}$, $\frac{\partial Y}{\partial y}$, etc. Autrement dit, si, dans deux cas dissemblables, le diélectrique est de même nature et si les douze quantités dont il vient d'être question ont mêmes valeurs, la densité cubique a aussi même valeur.

2. Principe de la superposition des états électriques. — Tous ceux qui ont fait dériver la théorie raisonnée de l'Électrostatique de la loi fondamentale de Coulomb se sont appuyés implicitement sur un principe analogue à celui que nous allons exposer. C'est ainsi que, pour obtenir l'action d'un corps électrisé B sur un point électrisé A, on décompose le corps B en parties infiniment petites et on calcule l'action de chacune d'elles sur le point considéré A, et l'on détermine l'action totale produite par le corps B comme la résultante des actions dues à ses différentes parties. Il n'est pas évident que cette manière d'opérer soit exacte, et, en réalité, on admet une proposition qui n'est pas vérifiable directement par l'expérience, mais qui l'a été par ses conséquences, à savoir que chacune des parties en lesquelles on décompose le corps B agit comme si elle était seule.

forces agissantes dans les états 1, 2, ..., n. Supposons maintenant que l'on vienne à placer en chaque région du champ la somme algébrique des quantités d'électricité qui s'y trouvaient dans chacun des états électriques précédents; c'est ce que nous appellerons *composer* les états 1, 2, ..., n; ces états seront dits *états composants* et l'état final *état de superposition*. Le *principe de la superposition des états électriques* s'énonce alors ainsi :

Dans l'état de superposition, la force F, qui agit sur le point A chargé de la quantité m d'électricité, est la résultante des forces f₁, f₂, ..., f_n, qui agiraient sur ce même point chargé de la même quantité m d'électricité dans chacun des états composants pris isolément.

Quoique la proposition précédente soit susceptible d'une vérification expérimentale directe, celle-ci n'ayant pas été faite, nous admettrons cette proposition comme un principe. De nombreuses conséquences s'en déduisent immédiatement :

1^o Comme la valeur du champ en un point quelconque a même direction, même sens et même valeur numérique que la force qui agit sur un corps placé en ce point et chargé de l'unité d'électricité positive, c'est énoncer autrement le même principe que dire que *dans l'état de superposition le champ est la résultante des champs des états composants*.

2^o Si nous prenons comme origine du potentiel un même point pour tous les états électriques composants et pour l'état de superposition, le potentiel d'un point A du champ, dans l'état de superposition, est la somme algébrique des potentiels existant dans chacun des états composants.

Considérons, en effet, une trajectoire quelconque entre les points A et Q, mais qui reste la même pour les différents états

composants; or, le travail de la résultante est la somme des travaux des composantes, c'est-à-dire que l'on a

$$W = W_1 + W_2 + \dots + W_n.$$

Divisons tous les termes par la quantité d'électricité m , on a

$$\frac{W}{m} = \frac{W_1}{m} + \frac{W_2}{m} + \dots + \frac{W_n}{m}.$$

Chaque fraction représente le potentiel du point A dans les différents états, on a donc

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n.$$

3^e Il résulte immédiatement de cette égalité que, si l'on prend les dérivées d'ordre quelconque du potentiel par rapport aux variables, dans l'état de superposition la dérivée d'ordre n est la somme algébrique des dérivées du même ordre, par rapport aux mêmes variables, dans chacun des états composants.

En particulier

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial x} + \dots + \frac{\partial V_n}{\partial x},$$

c'est-à-dire

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_n;$$

et l'on aurait de même

$$Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n,$$

$$Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n;$$

de sorte que la composante du champ, suivant une direction quelconque, dans l'état de superposition, est la somme algébrique des composantes prises suivant la même direction dans chacun des états composants.

On a souvent à considérer, en Électrostatique, la somme de

entre la la place dans l'état de superposition et les la place dans

correspondant aux différents états composants.

4° Considérons deux états électriques, le second différant du premier en ce que, en chaque point, la quantité d'électricité est égale à celle du premier état mais de signe contraire; ainsi on a pour la densité superficielle

$$\sigma_1 = -\sigma_2$$

et pour la densité cubique

$$\rho_1 = -\rho_2$$

à chaque point du champ.

Superposons les deux états: la charge électrique en un point quelconque est nulle; le champ est donc nul partout dans l'état de superposition, puisqu'il n'y a d'électricité nulle part. Par conséquent, les deux champs composants étaient égaux en valeur absolue, avaient même direction, mais étaient de sens contraires.

Le champ résultant étant nul, on a

$$V = 0$$

t, puisque

$$V = V_1 + V_2;$$

il vient

$$V_1 + V_2 = 0 \quad \text{ou} \quad V_2 = -V_1.$$

Ainsi, si deux états d'un même système diffèrent seulement par le signe des quantités d'électricité, les potentiels en un même point sont égaux et de signes contraires.

5° Superposons n états identiques entre eux. Si dans l'un d'eux les densités étaient en un point σ_1 ou ρ_1 , dans l'état de superposition elles seront

$$\begin{cases} \sigma = n\sigma_1, \\ \rho = n\rho_1. \end{cases}$$

Dans l'état de superposition, le champ en un point a même direction et même sens, mais il est n fois plus grand que dans cha-

La formule générale

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

donne dans ce cas,

$$(3) \quad V = n V_1;$$

le potentiel d'un point quelconque est n fois plus grand que l'un des états composants.

Nous avons supposé n entier et positif; s'il est entier mais négatif, cela veut dire que l'on superpose n états qui diffèrent des premiers par ce que les densités en un point quelconque sont égales et de signes contraires. La formule (3) est encore applicable, et le champ a même direction, sens contraire par rapport au premier cas (4°); la formule (2) subsiste aussi, car, si l'on change le signe des quantités sans changer leur valeur, le potentiel change son signe, comme nous l'avons vu (4°).

Les relations (2) et (3) étant exactes lorsque n est entier quelconque, subsistent encore, comme on le démontre, si n est fractionnaire ou incommensurable dans les relations (2) et (3).

3. Action d'une couche électrique sphérique uniforme. — Allons établir une relation dont nous aurons fréquemment usage.

Considérons une couche électrique sphérique uniforme, à-dire une couche d'électricité répartie uniformément dans l'espace entre deux sphères concentriques infiniment voisines. *La couche est sans action sur tout point électrisé placé à l'intérieur.*

Pour établir cette propriété, nous allons supposer une sphère conductrice creuse électrisée, aucune charge électrique ne se trouvant à l'intérieur, soit à l'extérieur, soit à l'intérieur.

En nous appuyant sur le principe de superposition, nous pouvons ajouter des couches sphériques uniformes, concentriques à la sphère; le champ est encore nul en tout point A situé à l'intérieur de toutes ces sphères.

4. Relation entre la densité superficielle et le champ électrique dans le voisinage d'un conducteur (Relation de Coulomb). — La propriété que nous venons d'établir va nous servir pour trouver une relation entre la densité superficielle en un point de la surface d'un conducteur et le sens et l'intensité du champ en un point du diélectrique infiniment voisin, mais situé en dehors de la couche électrique qui entoure le conducteur. Nous savons déjà, dans l'état d'équilibre électrique, le champ a en A une direction normale à la surface du conducteur.

Considérons d'abord un cas particulier, celui d'un conducteur sphérique entouré d'un diélectrique homogène s'étendant à l'infini, et supposons ce dernier électrisé par couches sphériques uniformes et concentriques à la surface du conducteur, de manière que la densité cubique en un point de ce diélectrique soit seulement fonction de sa distance au centre. Le point considéré A est

l'intérieur de toutes les couches sphériques du diélectrique; elles-ci sont donc sans action sur un point électrisé M placé en A; c'est-à-dire que la force qui agit sur le point M n'est pas modifiée suivant que les couches électrisées du diélectrique existent ou non: le champ en A reste ainsi le même, que la densité cubique du diélectrique soit nulle en A ou non.

Supposons donc la sphère conductrice seule électrisée; si sa charge est positive, la densité superficielle σ est positive, et un corps M, chargé positivement et placé en A, est repoussé par la sphère: le champ est donc tourné vers l'extérieur. Si au con-

on a donc $\frac{\sigma}{\sigma_1} = n \frac{\varphi}{\varphi_1}$. Par conséquent

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = \frac{n \varphi_1}{n \sigma_1} = \frac{\varphi_1}{\sigma_1}.$$

Ainsi, le quotient de l'intensité du champ A par la densité électrique sur la sphère est une certaine constante que nous désignerons par h ,

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = h \quad \text{d'où} \quad \varphi = h \sigma.$$

Considérons maintenant un conducteur de forme quelconque faisant partie d'un système électrique quelconque, et un point A' situé dans le diélectrique à une distance infiniment petite de la surface du conducteur, mais en dehors de la couche électrique qui le recouvre. Si le conducteur et le diélectrique au voisinage de A' sont de même nature respectivement que dans le cas particulier considéré ci-dessus; si, en outre, le champ en A' a la même valeur, la densité superficielle σ sur le conducteur au voisinage de A' aura la même valeur qu'au voisinage de A dans le cas particulier, en vertu du principe d'action de milieu. Par conséquent, la relation (1) est générale.

En résumé, la densité superficielle au voisinage de A' est indépendante de l'état d'électrisation du diélectrique entourant A'; elle est positive, si le champ est tourné vers l'extérieur du conducteur, négative, si le champ est tourné vers l'intérieur du conducteur, proportionnelle à l'intensité du champ en A', le facteur de proportionnalité h ne pouvant dépendre *a priori* que de la nature du diélectrique et de la nature du conducteur. Nous verrons plus loin, du reste, que h ne dépend pas de la nature du conducteur.

La relation fondamentale (1) a été établie pour la première fois sous une forme un peu différente, par Gauß, dans un mémoire

électrique homogène s'étendant à l'infini, électrisé par couches sphériques uniformes concentriques à un point O, de telle sorte que, en un point quelconque A, la densité cubique ρ est une fonction de la distance r du point A au point O.

Cherchons la valeur du champ au point A. Les surfaces équivalentielles sont évidemment des sphères concentriques à O, et en un point quelconque A, le champ est dirigé suivant le rayon OA. Pour trouver le sens et l'intensité du champ, nous allons faire subir au système deux transformations successives telles que le champ au point A ne soit pas altéré. Soit S la sphère, de centre O, qui passe par le point A. Traçons une autre sphère S' de même centre O, de rayon $r + \epsilon$ infiniment peu supérieur au rayon r de la sphère S, elle renferme à son intérieur une quantité d'électricité qui ne diffère que par un infiniment petit de celle contenue à l'intérieur de S, et que nous désignerons par m . Supprimons d'abord toutes les couches électrisées extérieures à la sphère S', cela n'altérera pas le champ en A. Comme deuxième transformation, supposons que S' devienne la surface d'un conducteur; alors sa surface interne se couvre d'une couche uniforme d'électricité dont la valeur totale est égale à $-m$, d'après la loi de Faraday. La densité électrique σ est donc donnée par

$$\sigma = -\frac{m}{4\pi r^2},$$

en négligeant l'infiniment petit ϵ devant r . Cette couche d'électricité est encore sphérique et uniforme, et le point A est situé à son intérieur; par conséquent le champ en A est encore le même. Mais puisque A est à une distance infiniment petite ϵ d'une surface conductrice sur laquelle nous connaissons la densité, nous connaissons aussi maintenant la valeur du champ en A, en vertu

où l'on doit prendre pour φ la valeur absolue du second membre.

Rappelons que le champ, dans ces différentes transformations, n'a pas été changé; or, dans le premier état, il ne pouvait évidemment pas dépendre de la nature du conducteur du troisième état; par conséquent la quantité h , définie précédemment, est indépendante de la nature du conducteur; elle ne peut dépendre que de la nature du diélectrique. C'est là un point important que nous démontrons en passant.

Considérons maintenant trois axes de coordonnées rectangulaires ayant pour origine le centre O et cherchons les composantes du champ suivant ces axes. Pour fixer les idées, supposons m positif; dans ce cas, on a $\varphi = \frac{mh}{4\pi r^2}$, et le sens est celui de O vers A . Soit α l'angle que fait la direction OA du champ avec l'axe des X ; on a

$$X = \varphi \cos \alpha \quad \text{et} \quad \cos \alpha = \frac{x}{r},$$

d'où

$$(1) \quad X = \frac{xmh}{4\pi r^3}.$$

Calculons les dérivées des composantes du champ, et, pour cela, remarquons que, si nous augmentons d'une quantité infiniment petite dr le rayon de la sphère, la quantité infiniment petite dm d'électricité comprise entre les deux sphères de rayons r et $r + dr$ est

$$dm = \varphi 4\pi r^2 dr,$$

d'où

$$(2) \quad \frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \varphi.$$

pport à x :

$$\frac{\partial X}{\partial x} = \frac{h}{4\pi} \left(\frac{m}{r^3} - \frac{3mx}{r^4} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{x}{r^3} \frac{\partial m}{\partial x} \right);$$

ais

$$\frac{\partial m}{\partial x} = \frac{dm}{dr} \frac{\partial r}{\partial x} = 4\pi r^2 \rho \frac{x}{r} = 4\pi r \rho x,$$

ce qui donne en substituant :

$$5) \quad \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{h}{4\pi} \left(\frac{m}{r^3} - \frac{3mx^2}{r^5} + \frac{4\pi \rho x^2}{r^2} \right).$$

On obtient de même

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{h}{4\pi} \left(\frac{m}{r^3} - \frac{3my^2}{r^5} + \frac{4\pi \rho y^2}{r^2} \right),$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = \frac{h}{4\pi} \left(\frac{m}{r^3} - \frac{3mz^2}{r^5} + \frac{4\pi \rho z^2}{r^2} \right).$$

En additionnant membre à membre ces trois égalités, on obtient, en tenant compte de (3),

$$6) \quad \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = h \rho.$$

Cette relation peut se mettre sous une forme un peu différente : on a vu que

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial V}{\partial z};$$

Il en résulte que

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial Y}{\partial y} = -\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial Z}{\partial z} = -\frac{\partial^2 V}{\partial z^2};$$

et que l'on a

$$7) \quad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -h \rho,$$

gine n'est plus le centre des surfaces sphériques. relation (7) subsiste, quelque grand que soit le sphères considérées, et, par conséquent, lorsque infini, c'est-à-dire quand ces surfaces sphériques, où valeur, sont des plans parallèles.

Supposons alors qu'on superpose autour d'un nombre quelconque d'états électriques sphériques de formes tels que celui que nous avons considéré, ne différer par le centre des sphères et la valeur de la force

$$\rho = f(r);$$

on a

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_n$$

et

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \dots + \Delta V_n.$$

Écrivons la relation $\Delta V = -h\rho$ pour chacun des termes composants :

$$\Delta V_1 = -h\rho_1,$$

$$\Delta V_2 = -h\rho_2,$$

.....

$$\Delta V_n = -h\rho_n,$$

et faisons la somme ; on obtient

$$\Delta V = -h\rho.$$

La relation subsiste, quelque nombreux que soient les termes composants.

Par superposition, on peut faire en sorte que les termes composants ρ du champ en A et leurs neuf dérivées partielles par rapport à x , y et z aient telles valeurs que l'on veut. Par suite, si nous prenons pour ρ un état électrique et un champ absolument quelconques, et pour ρ' un deuxième état formé par la superposition de systèmes

Ces relations sont donc absolument générales.

La relation $\Delta V = -h\rho$ a été établie pour la première fois par le mathématicien français Poisson. Antérieurement, Laplace avait considéré le cas particulier où $\rho = 0$, c'est-à-dire avait établi la relation

$$\Delta V = 0,$$

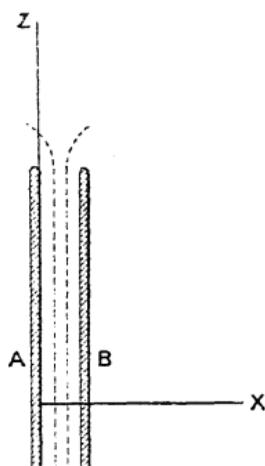
que nous appellerons la *relation de Laplace* et qui s'énonce ainsi :

Quand un diélectrique n'est pas électrisé, la laplacienne du potentiel en tout point de ce diélectrique est nulle.

6. Condensateur plan. — On appelle *condensateur plan* un système formé de deux plateaux conducteurs identiques, parallèles entre eux et séparés l'un de l'autre par un diélectrique, l'air, par exemple. Nous admettrons, dans ce qui va suivre, que les plateaux ont des dimensions linéaires très grandes vis-à-vis de leur distance.

Supposons que les deux plateaux A et B (fig. 35) soient à des

Fig. 35.



faces équipotentielles intermédiaires sont des plans parallèles aux plateaux, et, par conséquent, les lignes de force sont des droites perpendiculaires à la surface des plateaux, si toutefois nous exceptons la région voisine des bords.

Nous allons déterminer la densité électrique superficielle sur les faces en regard en fonction de la nature du diélectrique, de la différence de potentiel et de la distance des plateaux. Supposons le diélectrique non électrisé; la densité électrique cubique ρ est nulle en tous ses points et la formule de Poisson se réduit à celle de Laplace :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0.$$

Pour simplifier, prenons pour direction de l'axe des x celle des lignes de force, et pour plan des yz la face même du plateau A. Le potentiel est le même en tout plan parallèle à celui des yz compris entre les deux plateaux; par suite, dans l'espace intermédiaire, le potentiel est seulement fonction de x , et l'on a

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0.$$

La formule de Laplace devient

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = 0;$$

d'où

$$\frac{dV}{dx} = a,$$

a étant une constante. Or, $\frac{dV}{dx}$ est, au signe près, la projection du champ sur l'axe des x ; mais comme le champ φ se confond avec sa projection, nous aurons

on a donc l'égalité

$$m \varphi e = m(V_1 - V_2),$$

d'où

$$1) \quad \varphi = \frac{V_1 - V_2}{e}, \quad \text{ou} \quad \varphi = \frac{V}{e},$$

en représentant par V la différence $V_1 - V_2$.

Le champ, étant dans le sens des potentiels décroissants, est dirigé de A vers B. Près de A, il est tourné vers l'extérieur du conducteur: la surface de ce plateau est donc chargée positivement. Près de B, le champ est tourné vers l'intérieur du conducteur et la charge superficielle est négative. Ainsi le plateau au plus haut potentiel A possède une charge positive, le plateau au plus bas potentiel B une charge négative.

La densité superficielle est donnée par la formule

$$\varphi = h\sigma,$$

d'où

$$2) \quad \sigma = \frac{\varphi}{h} = \frac{V}{eh};$$

elle est donc proportionnelle à la différence de potentiel V et à la raison inverse de la distance e des plateaux.

Soit S l'étendue de la surface des plateaux, en exceptant une région très étroite sur les bords, d'une largeur moindre que la distance des plateaux, sur laquelle la densité n'est plus uniforme et par conséquent n'a plus la valeur que nous venons de calculer. La quantité d'électricité m qui recouvre la région d'étendue S où la densité électrique est uniforme est donnée par

$$3) \quad m = S\sigma = \frac{SV}{eh}.$$

Nous avons supposé que la distance des plateaux est excessivement

l'unité. Pour un pareil condensateur la relation (3) donne la charge totale de chaque plateau sur la face qui regarde l'autre.

Il résulte de la formule $m = \frac{SV}{eh}$ que le rapport $\frac{m}{V}$ est constant pour un même condensateur, ce rapport est appelé la *capacité* du condensateur

$$(4) \qquad \frac{m}{V} = C;$$

d'où

$$(5) \qquad C = \frac{S}{eh}.$$

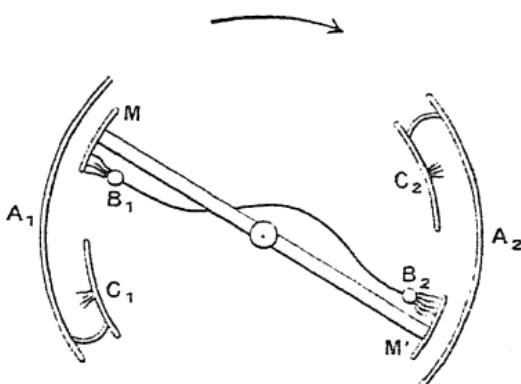
La charge est donc proportionnelle à la capacité et à la différence de potentiel. La capacité est proportionnelle à la surface S et en raison inverse de la distance e . En particulier, quand l'épaisseur du diélectrique devient de plus en plus petite, la capacité augmente de plus en plus; si la différence de potentiel reste constante, il en est de même des charges; elles tendraient vers l'infini quand l'épaisseur tend vers zéro, si l'étincelle qui peut éclater entre les deux plateaux n'opposait pas une limite à celles-ci.

Lorsque les plateaux sont très rapprochés, vis-à-vis de leur distance aux parois de la salle où se trouve le condensateur, la quantité d'électricité que possèdent les surfaces internes des plateaux est considérable vis-à-vis de celle qui est développée par l'influence des murs sur les parties extérieures des plateaux: les charges sur les surfaces extérieures sont négligeables vis-à-vis des charges sur les surfaces intérieures. C'est un fait qu'il est aisément mis en évidence par l'expérience, au moyen du plan d'épreuve.

7. Replenisher. — Avant d'arriver à l'expression de la tension électrique que nous nous proposons de déterminer, il est néces-

miton sont portés par des supports isolants (fig. 36); ils former

Fig. 36.



deux régions diamétralement opposées d'un même cylindre fictif et constituent la partie la plus extérieure de l'appareil; ce sont les *inducteurs*. En C_1 et C_2 sont deux autres segments cylindriques de faible largeur, disposés concentriquement aux premiers et à l'intérieur, communiquant respectivement avec A_1 et A_2 . L'organe mobile est constitué par un axe supportant, par une tige isolante, deux tiges M et M' de métal, portions étroites d'un même cylindre, qui peuvent tourner dans l'intervalle des précédents; ils communiquent métalliquement, à un certain moment de leur rotation, au moyen de deux petits balais, B_1 et B_2 , métalliques diamétralement opposés et éunis entre eux. Les pièces cylindriques C_1 et C_2 portent vis-à-vis A_1 et A_2 des balais métalliques qui font communiquer les pièces mobiles M et M' avec $A_1 C_1$ ou $A_2 C_2$ à un certain moment de la rotation.

Cet appareil permet de charger ou de décharger un condensateur. Pour charger le condensateur, il suffit de tourner la partie mobile dans le sens indiqué par une flèche sur la figure.

En effet, supposons, par exemple, que l'inducteur A_1 soit chargé

continuant, le phénomène d'influence se produira cependant, mais il sera plus marqué. Les charges de A ainsi en augmentant sans cesse jusqu'à la limite où l'étincelle éclatera entre les inducteurs A₁ et A₂. La chose est tout à fait analogue si les deux inducteurs étaient d'une même électricité, mais avec des quantités différentes. Si la machine fonctionne il suffit qu'il y ait une dissymétrie dans les charges, la plus grande charge augmente et l'autre diminue. Pour que l'appareil ne fonctionnât pas, il faudrait au début une symétrie absolue, ce qui est irréalisable.

Si les inducteurs communiquent avec les plateaux du condensateur, ceux-ci se chargent d'électricité de noms contraires. L'inducteur A₁ qui n'a pas de charge au début fournit donc un moyen de donner des potentiels aux deux plateaux.

Pour décharger les plateaux, il suffit de faire tourner le condensateur en sens inverse; l'électricité négative, par exemple, dépendant de l'influence sur une des pièces mobiles étant apportée sur le plateau chargé positivement, diminue sa charge, et *vice versa*.

8. Travail dans la charge du condensateur. — Examinons ce qui se passe au point de vue du travail dans l'expérience, en négligeant les frottements.

Supposons que le condensateur tourne dans le sens qui correspond à la charge du condensateur. La pièce mobile chargée négativement, par exemple, s'éloigne de l'inducteur positif pour se rapprocher de l'inducteur négatif; l'attraction des inducteurs est donc de produire des forces qui s'opposent au mouvement; par suite, il faut fournir du travail pour chauffer les inducteurs et les plateaux du condensateur qui communiquent avec eux.

(sens de la flèche de la *fig.* 36). En désignant par dm la valeur absolue de la charge infiniment petite transportée par la pièce M et travail de la force électrique, agissant sur M chargé négativement, lorsqu'il passe de la position où il touche B_1 à la position où il touche C_2 , est $-dm(V' - V_2)$. De même, le travail de la force électrique agissant sur M' chargé positivement, lorsqu'il passe de la position où il touche B_2 à la position où il touche C_1 est $dm(V' - V_1)$. Comme le travail des forces électriques est nul quand, simultanément, M va de C_2 en B_2 et M' de C_1 en B_1 , puisqu'alors les charges de M et de M' sont nulles, il en résulte que le travail total des forces électriques sur le système tournant pendant une demi-révolution est donné par

$$d\omega = dm(V' - V_1) - dm(V' - V_2) = dm(V_2 - V_1);$$

le travail dT qu'il faut fournir pour vaincre ces forces électriques ne diffère du travail des forces électriques que par le signe

$$(1) \quad dT = dm(V_1 - V_2).$$

Or, pendant cette demi-révolution, on a augmenté de dm la valeur absolue de la charge de chacun des plateaux aux potentiels V_1 et V_2 . La relation (1) indique donc le travail qu'il faut fournir pour obtenir ce résultat.

En désignant par C la capacité du condensateur, on a

$$V_1 - V_2 = \frac{m}{C},$$

et par conséquent le travail élémentaire peut encore se mettre sous la forme

$$(2) \quad dT = \frac{m dm}{C},$$

C étant une constante. Intégrons l'expression (2) afin d'avoir le travail T nécessaire pour amener le condensateur d'une charge

Ainsi le travail total qu'il faut fournir pour charger un condensateur est $\frac{1}{2} \frac{m^2}{C}$. Si on laisse tourner en sens inverse le replenisher, les plateaux se déchargent et le travail recueilli pendant cette décharge est exactement égal en valeur absolue au travail précédent, comme on peut le constater par un calcul semblable à celui que nous venons de faire. La charge est donc un phénomène réversible, au point de vue du travail; l'est-elle aussi au point de vue calorifique?

Le phénomène n'est pas réversible, dans le cas d'un replenisher de dimensions finies, si l'on veut maintenir la température constante. En effet, quand l'électricité s'écoule entre les inducteurs et les plateaux, il se produit un courant électrique qui échauffe les conducteurs: il faut donc retirer de la chaleur pour maintenir la température constante. Il en est de même pendant la décharge: il faut encore retirer de la chaleur: le phénomène n'est donc pas réversible au point de vue calorifique. Mais la quantité de chaleur ainsi créée est proportionnelle au carré de l'intensité du courant: si donc on emploie un replenisher de plus en plus petit, la quantité de chaleur créée est de plus en plus petite. Par exemple, si la quantité d'électricité qui s'écoule pendant un certain temps devient 10 fois plus petite, la quantité de chaleur dégagée dans le conducteur intermédiaire devient 100 fois plus petite; cependant que avec un temps 10 fois plus long, on peut avoir la même charge, et pour cette charge la quantité de chaleur dégagée est 10 fois moindre que dans le cas précédent. De sorte qu'avec un temps de plus en plus long et un replenisher de plus en plus petit, il se dégage une quantité de chaleur de plus en plus faible pour obtenir la même charge: à la limite, c'est-à-dire avec un replenisher infiniment petit, cette quantité de chaleur est infiniment petite et le phénomène est alors réversible. Il est ainsi dans ce cas.

9. **Valeur de la tension électrique.** — Rappelons d'abord d'où provient la tension électrique. Considérons pour cela, comme nous l'avons déjà fait, un cylindre infiniment mince dont les génératrices sont normales à la surface d'un conducteur électrisé qui découpe dans cette surface une aire d'étendue s . Si mince qu'il soit l'épaisseur de la couche électrique superficielle, nous pouvons la supposer décomposée en couches infiniment minces parallèles à la surface. Pour chacune de ces couches le champ électrique normal à la surface, n'est pas nul, car sa valeur passe, en traversant l'ensemble de ces couches, d'une valeur nulle, dans le conducteur, à une valeur finie ($h\sigma$), qu'elle atteint à la limite de la couche électrique dans le diélectrique : ce sont précisément les actions des champs sur ces couches électrisées infiniment minces, dont résultante constitue la force de tension. Ce point rappelé, nous admettrons, en vertu du principe d'action de milieu, que si le champ à la limite de la couche électrique dans le diélectrique, a la même valeur φ , si ce diélectrique est de même nature, ce qui entraîne que la densité σ a aussi la même valeur ($\varphi = h\sigma$), il en sera de même pour la force de tension f qui agit sur la portion du conducteur de même étendue s et, par conséquent, pour la tension électrique $\tau = \frac{f}{s}$. Dès lors, il suffit de se placer dans un cas particulier pour établir la relation qui existe entre τ , h et φ , ou, ce qui revient au même, entre τ , h et σ .

A cet effet, considérons un condensateur plan indéfini, dont les plateaux sont assez rapprochés pour que la densité électrique sur les faces extérieures des plateaux soit négligeable vis-à-vis de la densité sur les faces intérieures; il en est de même alors des forces de tension. Ces forces tendent à rapprocher les plateaux pour s'opposer à ce rapprochement, il faut faire agir sur chaque

deux transformations. Comme état initial nous prendrons le condensateur non chargé, ses plateaux étant à une distance e ; comme état final nous prendrons celui où les plateaux ont une charge m et sont à une distance $e + de$, de étant un infiniment petit.

Dans la première transformation, la distance e reste d'abord constante pendant qu'on fournit la charge m à chaque plateau au moyen d'un replenisher infiniment petit. Le travail qu'une force extérieure doit fournir pour cela au replenisher est

$$T = \frac{1}{2} \frac{m^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{m^2 h e}{S}.$$

Les plateaux étant chargés et isolés du replenisher, on les écarte de de ; il faut alors que la force extérieure F fournisse le travail $F de = S \tau de$. Le travail total mis en jeu pendant cette première transformation est ainsi

$$\frac{1}{2} \frac{m^2 h e}{S} + S \tau de.$$

Dans la seconde transformation, le condensateur étant à l'état neutre, on écarte d'abord les plateaux de de : le travail correspondant est nul, puisque aucune force n'agit sur les plateaux. On fournit ensuite une charge m au moyen du replenisher; le travail mis en jeu est

$$\frac{1}{2} \frac{m^2 h (e + de)}{S}.$$

En égalant les valeurs du travail mis en jeu dans les deux transformations, on a

$$S \tau = \frac{1}{2} \frac{m^2 h}{S},$$

d'où

$$\frac{1}{2} \frac{m^2 h}{S} = \frac{1}{2} \frac{(m \tau)^2}{S}$$

10. Pouvoir inducteur spécifique. — Constante diélectrique. —
Nous avons établi successivement les formules :

1) $\varphi = h\sigma,$

2) $\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = h\varphi,$

2 bis) $\Delta V = -h\varphi,$

3) $\tau = \frac{1}{2}h\sigma^2,$

4) $m = \frac{SV}{he},$

5) $C = \frac{S}{he}.$

Dans toutes ces formules entre la quantité h qui, nous l'avons vu, ne peut dépendre que de la nature du diélectrique. En dépend-elle? Pour répondre à cette question il suffit de faire l'expérience suivante :

Les plateaux d'un condensateur communiquent, l'un avec les feuilles d'or de l'électroscope, l'autre avec le socle de cet appareil. La différence de potentiel qui existe entre les deux plateaux est ainsi la même que celle qui existe entre le socle et les feuilles d'or, comme nous l'avons vu (Chap. I, n° 11, et Chap. II, n° 11). Plus celle-ci est grande plus les feuilles d'or divergent.

Pour faire l'expérience, on charge les plateaux et l'on observe une certaine déviation; on introduit ensuite une lame de paraffine entre les plateaux, et l'on voit les feuilles d'or se rapprocher. Par conséquent, d'une part, la différence de potentiel V entre les plateaux a diminué: d'autre part, la face interne du plateau qui communique avec les feuilles d'or possède l'excès d'électricité qui a quitté celle-ci, en vertu de la loi de la conservation de l'électricité: donc la charge m de ce plateau a augmenté: par con-

au cas d'un condensateur indéfini : sa capacité $C = \frac{S}{h\epsilon}$ augmente quand on remplace l'air par la paraffine; la quantité h est donc plus petite pour la paraffine que pour l'air. Ainsi cette constante relative à un diélectrique homogène, varie, en général, avec la nature du diélectrique.

Si l'on fait l'expérience dans une enceinte où l'on puisse faire le vide, on réalise successivement un condensateur à lame de vide et un condensateur à lame d'air. On observe que l'écart des feuilles reste le même dans les deux cas; par conséquent, au degré de précision de ces expériences, h est le même pour l'air ou pour le vide. Cependant, si l'on opère avec des instruments d'une extrême sensibilité, on constate que h est plus grand dans le vide; mais la différence qui a lieu avec les gaz est excessivement faible.

Au lieu d'employer la constante h , il est d'usage de caractériser le diélectrique par une autre constante K reliée à la précédente par la relation

$$K = \frac{4\pi}{h};$$

K ne dépend ainsi, comme h , que du diélectrique; on l'appelle le *pouvoir inducteur spécifique*.

Substituons à h , dans les formules précédentes, sa valeur en fonction de K ; elles deviennent :

$$K\varphi = 4\pi\sigma,$$

$$K\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right) = 4\pi\varphi,$$

$$K\Delta V = -4\pi\varphi,$$

$$K\tau = 2\pi\sigma^2,$$

nous indique ses dimensions :

$$[K] = [m][L]^{-1}[V]^{-1}.$$

On considère aussi une autre constante qui ne dépend pas de nos unités adoptées, et que nous allons définir. Supposons un condensateur plan indéfini, dont les plateaux sont séparés par un certain diélectrique; soit C sa capacité :

$$C = \frac{S}{he};$$

remplaçons le diélectrique intermédiaire par le vide; soit C_1 la capacité qui en résulte :

$$C_1 = \frac{S}{h_1 e}.$$

On a :

$$\frac{C}{C_1} = \frac{h_1}{h} = \frac{K}{K_1}.$$

Le rapport $\frac{C}{C_1}$, qui ne dépend que de la nature du diélectrique, s'appelle la *constante diélectrique*. Nous la représenterons par la lettre k :

$$k = \frac{C}{C_1} = \frac{h_1}{h} = \frac{K}{K_1};$$

on a donc

$$K = k K_1,$$

expression dans laquelle K_1 représente le pouvoir inducteur spécifique du vide.

La constante diélectrique, étant le rapport de deux grandeurs de même nature, n'a pas de dimensions; c'est une grandeur indépendante du système d'unités adopté.

11. Système d'unités électrostatiques. — Nous allons indiquer

électrique est la tension qui existe à la surface d'un conducteur placé électrisé uniformément quand chaque centimètre carré de la surface est soumis à une force de tension égale à une dyne.

C'est en partant de la formule $K\tau = 2\pi\sigma^2$ que l'on définit les autres unités. En effet, si pour un diélectrique déterminé, le vide par exemple, on fixe *a priori* la valeur de K , l'unité qui sert à mesurer τ étant déterminée, comme nous venons de le voir, celle qui sert à mesurer la densité σ sera aussi déterminée par la relation ci-dessus, et il en sera encore de même, par conséquent, pour l'unité de quantité d'électricité.

Ainsi, pour le vide parfait, on a

$$K_1\tau = 2\pi\sigma^2.$$

Nous pouvons donner arbitrairement à K_1 telle valeur que nous voulons; par exemple, faire $K_1 = 2\pi$, ce qui aurait l'avantage de donner le maximum de simplicité à la relation entre la tension et la densité électrique dans le vide, puisqu'on aurait :

$$\tau = \sigma^2.$$

Une autre convention a prévalu, ce qui tient à ce qu'on a cherché à donner le maximum de simplicité à l'expression de la force qui agit entre deux points électrisés placés dans le vide (formule de Coulomb) et que nous verrons plus loin (Chap. IX, n° 1). Dans cette convention on fait $K_1 = 1$, de sorte que l'unité d'ouvoir inducteur spécifique est celle du vide. Le système d'unités ainsi défini est connu sous le nom de *système d'unités électrostatiques*; ce sera le *système d'unités électrostatiques C. G. S.* si l'on adopte comme unités fondamentales de longueur, de masse et de temps, le centimètre, le gramme et la seconde. C'est ce dernier système que nous adopterons dorénavant, suivant l'usage.

La densité superficielle est ainsi celle qui se trouve à la surface d'un conducteur en présence du vide où la tension électrique est égale à 2π .

En vertu de la relation

$$m = S\sigma,$$

donnant la quantité d'électricité m sur une surface d'étendue S où la densité électrique superficielle σ est constante, les dimensions d'une quantité d'électricité sont $[m] = [S][\sigma] = [L]^2[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1}$ et l'unité de quantité d'électricité dans le système C. G. S. est celle qui recouvre un centimètre carré de la surface d'un conducteur où la densité superficielle est l'unité.

La relation

$$f = m\varphi.$$

qui donne la force f agissant sur une quantité m d'électricité dans un point où le champ électrique a une intensité φ , donne pour les dimensions du champ électrique la relation

$$[\varphi] = \frac{[F]}{[m]} = [L]^{-\frac{1}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1};$$

ce sont les mêmes dimensions que pour la densité superficielle, comme le veut la relation $\varphi = 4\pi\sigma$ relative au vide. L'unité du champ électrique dans le système C. G. S. est donc celle qui produit une force d'une dyne sur l'unité d'électricité C. G. S.

La relation

$$W = m(V_1 - V_2),$$

qui fournit le travail W de la force électrique agissant sur une quantité m d'électricité voyageant d'un point où le potentiel est V_1 , à un autre où le potentiel est V_2 , donne pour les dimensions du potentiel $[V]$ $[W] = [L]^{\frac{1}{2}}[M]^{\frac{1}{2}}[T]^{-1} = [F]^{\frac{1}{2}}$. L'unité de di-

tricité voyageant entre ces deux points fournit un travail d'un e

Enfin la relation

$$K = k K_1$$

entre le pouvoir inducteur spécifique K et la constante diélectrique d'une même substance (n° 10) devient, puisque $K_1 = 1$,

$$K = k.$$

Dans le système électrostatique le pouvoir inducteur spécifique est représenté par le même nombre que la constante diélectrique (1). Le pouvoir inducteur spécifique, dans ce système, donc des dimensions nulles.

Voici un tableau résumant les dimensions dans le système électrostatique, non seulement des grandeurs que nous avons vues déjà, mais aussi de quelques autres que nous définirons plus lo

de la grandeur.	Dimensions dans le système électrostatique.	Observation
électrique....	$[\tau] = \frac{[F]}{[S]} = [L]^{-1} [M] [T]^{-2}$.	
électrique su- elle.....	$[\tau] = [\tau]^{\frac{1}{2}} = [L]^{-\frac{1}{2}} [M]^{\frac{1}{2}} [T]^{-1}$.	
é d'électricité..	$[m] = [S] [\tau] = [L]^{\frac{3}{2}} [M]^{\frac{1}{2}} [T]^{-1}$.	
électrique cu-	$[\beta] = \frac{[m]}{[V]} = [L]^{-\frac{3}{2}} [M]^{\frac{1}{2}} [T]^{-1}$.	
du champ élec-	$[\beta] = \frac{[F]}{[m]} = [L]^{-\frac{1}{2}} [M]^{\frac{1}{2}} [T]^{-1}$.	Mêmes dimensions de la
électrique... inducteur spé-	$[v] = \frac{[W]}{[m]} = [L]^{\frac{1}{2}} [M]^{\frac{1}{2}} [T]^{-1}$.	sité électrique su Dimensions de la ra d'une force.
électrique... ducteur élec-	$[c] = \frac{[m]}{[v]} = [L]$.	Dimensions nulles.
		Dimensions d'une

12. Principe de la mesure absolue des grandeurs électriques

— Nous allons indiquer tout de suite comment on peut mesurer en unités absolues les grandeurs électriques les plus importantes en nous bornant toutefois au principe de ces mesures. Plus loin nous décrirons les appareils employés à cet effet et entrerons dans quelques détails.

On peut, par l'évaluation d'une force de tension, mesurer une différence de potentiel en valeur absolue.

Considérons pour cela un condensateur plan indéfini chargé à l'aide d'un dynamomètre, mesurons la force F qu'il faut appliquer normalement à un des plateaux pour faire équilibre à une force de tension ; on a

$$F = S\tau,$$

en désignant par S la surface des plateaux et par τ la tension. En supposant le vide (ou par approximation l'air) entre les plateaux et en désignant par σ , φ , V et e la densité électrique superficielle, l'intensité du champ entre les plateaux, leur différence de potentiel et leur distance, on a

$$\frac{V}{e} = \varphi = 4\pi\sigma,$$

l'où

$$\tau = \frac{V}{4\pi e},$$

et, comme on a

$$\tau = 2\pi\sigma^2,$$

il vient

$$3) \quad \tau = 2\pi \frac{V^2}{16\pi^2 e^2} = \frac{V^2}{8\pi e^2},$$

en remplaçant dans (1) on obtient

d'où enfin

$$V = e \sqrt{\frac{8\pi F}{S}}.$$

Ainsi, la mesure de la force F en dynes, de la surface S des plateaux en centimètres carrés et de leur distance e en centimètres fait connaître en unités électrostatiques C.G.S. la différence de potentiel des plateaux.

Rappelons que deux conducteurs quelconques communiquant respectivement avec ces plateaux possèdent la même différence de potentiel que ceux-ci, et que, par conséquent, leur différence de potentiel se trouve connue par la mesure précédente. En particulier, on pourra mesurer ainsi la différence de potentiel entre l'aiguille d'un électromètre à quadrants et la cage mise au sol de l'appareil, et l'on aura gradué en valeur absolue cet instrument.

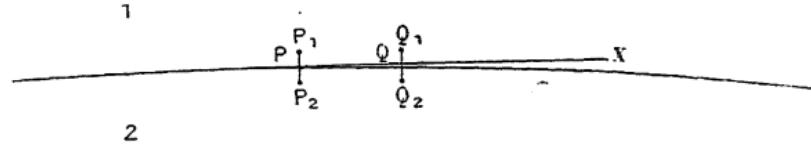
On conçoit maintenant aisément la possibilité de la mesure d'une quantité d'électricité en valeur absolue. La relation $(2) \sigma = \frac{V}{4\pi e}$ permet de calculer la densité superficielle sur les plateaux d'un condensateur plan si l'on a mesuré e et V . Avec un plan d'épreuve de surface S , on touche la surface interne des plateaux; on enlève ainsi une quantité connue $m = S\sigma$ d'électricité. En introduisant cette quantité dans le cylindre de Faraday, et en notant la déviation de l'électromètre qui communique avec lui, on peut graduer le cylindre de Faraday en valeur absolue.

13. Relation entre les valeurs du champ électrique de part et d'autre de la surface de séparation de deux diélectriques
 — Nous avons examiné jusqu'ici les phénomènes qui se produisent soit à l'intérieur d'un diélectrique homogène, soit à la surface de séparation d'un tel diélectrique et d'un autre, ou encore si

euxième diélectrique, infiniment voisin de P_1 ; lorsqu'on passe de P_1 à P_2 , le champ éprouve un brusque changement, soit dans sa direction, soit dans son intensité, mais le sens ne change pas. Par suite quand une ligne de force vient à traverser la surface de séparation d'un diélectrique, elle se brise. C'est un phénomène comparable à celui qui a lieu lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu dans un autre; aussi lui a-t-on donné le nom de *réfraction des lignes de forces*. Remarquons cependant que, tandis que le rayon lumineux est en général rectiligne, une ligne de forces est le plus souvent curviligne. Nous allons voir que cette réfraction des lignes de forces obéit à des lois analogues à celles de Descartes pour la réfraction de la lumière.

Considérons une direction quelconque PX (fig. 37) dans

Fig. 37.



un plan tangent à la surface de séparation en P , et prenons sur cette direction un point Q infiniment voisin de P . Soient P_1 et P_2 deux points pris sur la normale en P à la surface et de part et d'autre du plan tangent, et soient de même deux points Q_1 , Q_2 sur la normale en Q à la surface, pris dans l'un et l'autre diélectrique, les distances P_1P_2 et Q_1Q_2 étant infiniment petites vis-à-vis de la distance PQ . Désignons par V le potentiel en P_1 et par $V + \alpha$ le potentiel infiniment peu différent en Q_1 . Le potentiel du point Q peut différer d'une quantité finie de celui de P_1 . On a vu, en effet, que de part et d'autre de la surface de séparation de deux conducteurs, il y a un brusque saut de potentiel et, comme il n'existe pas de différence tranchée entre un diélectrique et un conducteur, ce

Supposons qu'un point M, chargé d'une quantité m d'électricité se déplace de P_1 en Q_1 ; le travail de la force électrique est

$$- m dV,$$

ou encore, puisque $F = m\varphi_1$,

$$m\varphi_1 \cos\omega dx,$$

ω représentant l'angle de la direction du champ φ_1 avec la direction $P_1 Q_1$, et dx la distance infiniment petite $P_1 Q_1$ (fig. 37) mais $\varphi_1 \cos\omega$ est la projection du champ sur la direction $P_1 Q_1$ ou ce qui revient au même, sur PX ; désignons-le par X_1 :

$$X_1 = \varphi_1 \cos\omega,$$

le travail est donc exprimé par

$$m X_1 dx.$$

En égalant les deux expressions du travail, il vient

$$- m dV = m X_1 dx,$$

d'où

$$- dV = X_1 dx.$$

En répétant exactement le même raisonnement pour les points P_2 et Q_2 , on a

$$- dV = X_2 dx,$$

X_2 étant la projection du champ φ_2 dans le deuxième diélectrique sur PX ; on a donc

$$X_1 = X_2.$$

Ainsi les projections du champ en deux points de la normale infiniment voisins P_1 et P_2 sur une droite quelconque dans

point infiniment voisin de cette surface pris dans le premier milieu résulte de ce que nous venons de voir que *le plan d'incidence contient aussi la direction du champ dans le deuxième milieu*, c'est-à-dire le premier élément de la ligne de forces.

Soient α_1 et α_2 les angles que font avec la normale à la surface de séparation les directions du champ dans le premier et dans le second milieu; ce sont l'*angle d'incidence* et l'*angle de réfraction*; on a, d'après la relation (1),

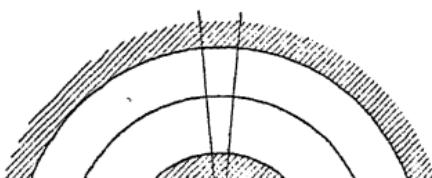
$$(2) \quad \varphi_1 \sin \alpha_1 = \varphi_2 \sin \alpha_2.$$

Ainsi, quand une ligne de forces traverse la surface de séparation de deux diélectriques, *la composante tangentielle du champ n'éprouve pas de discontinuité*.

Occupons-nous maintenant des composantes normales.

Supposons d'abord que le champ tombe normalement à la surface de séparation; la composante tangentielle étant nulle dans le premier milieu, est nulle aussi dans le second d'après la relation (2); donc le champ est aussi normal à la surface dans le deuxième milieu. Décrivons autour du point considéré P une surface infiniment petite. En vertu du principe d'action de milieu, la relation cherchée ne peut dépendre que de ce qui se passe à l'intérieur de cette petite surface; elle ne dépend pas, en particulier, du rayon de courbure de la surface de séparation; pour les mêmes valeurs K_1 et K_2 des pouvoirs inducteurs spécifiques, φ_1 du champ

Fig. 38.



la même valeur pour φ_2 . Il suffit donc d'établir la relation cherchée par un cas particulier.

Considérons pour cela deux sphères conductrices concentriques S et S' (fig. 38), dont l'intervalle est rempli par deux diélectriques homogènes séparés par une surface sphérique Σ concentrique aux précédentes. Soient K_1 , K_2 les pouvoirs inducteurs spécifiques, ρ_1 , ρ_2 les densités cubiques supposées constantes pour chacun des diélectriques, M et M' les quantités d'électricité respectives parties à la surface externe de S et à la surface interne de S' , M_1 et M_2 les quantités d'électricité qui existent à l'intérieur des diélectriques ; en vertu de la loi de Faraday, on a

$$-M' = M + M_1 + M_2, \quad \text{ou} \quad M + M_1 + M_2 - M' = 0.$$

Tout étant symétrique par rapport au centre, les surfaces équivalentes sont des sphères concentriques au système, et les lignes de force sont dirigées suivant les rayons. Considérons un cône d'ouverture quelconque et ayant son sommet au centre O . Les quantités m , m_1 , m_2 , m' d'électricité contenues dans ce cône sur les surfaces conductrices ou dans les diélectriques sont la même fraction des quantités correspondantes M , M_1 , M_2 , M' ; on a donc aussi

$$m + m_1 + m_2 + m' = 0,$$

et cela quels que soient les rayons des sphères. Supposons que ces rayons deviennent infiniment grands, l'épaisseur des diélectriques étant constante ; le tronc de cône devient un cylindre, les sur-

Fig. 39.



es conditions, les surfaces équipotentielles sont des plans parallèles aux précédents, et les lignes de forces, des segments droites perpendiculaires à ces plans. Prenons trois axes rectangles, l'un OZ dans la direction du champ, les deux autres parallèles aux surfaces de séparation. La relation de Poisson

se réduit à

$$K \Delta V = -4\pi\rho,$$

t comme

$$-\frac{dV}{dz} = Z,$$

Z étant la projection du champ suivant OZ, c'est-à-dire ici la valeur même du champ, on a

$$4) \quad K \frac{dZ}{dz} = 4\pi\rho.$$

Appliquons cette relation au premier diélectrique et intégrons d'un point A infiniment voisin de S à un point P₁ infiniment voisin de Σ , pris tous les deux sur OZ; on obtient, en désignant par Z₀ et Z₁ les intensités du champ en A et P₁ et par e₁ l'épaisseur de ce diélectrique,

$$K_1(Z_1 - Z_0) = 4\pi\rho_1 e_1.$$

De même, en appliquant la relation (4) au deuxième diélectrique et en intégrant depuis un point P₂ infiniment voisin de la surface Σ à un point A' infiniment voisin de S', l'un et l'autre sur OZ, on a, en désignant par Z₂ et Z' les intensités du champ en P₂ et en A' et par e₂ l'épaisseur du deuxième diélectrique,

$$K_2(Z' - Z_2) = 4\pi\rho_2 e_2,$$

es conducteurs en A et en A', on a

$$K_1 Z_0 = 4\pi\sigma, \\ K_2 Z' = -4\pi\sigma'.$$

Portons ces valeurs dans la relation (5) ; elle devient

$$K_1 Z_1 - K_2 Z_2 = 4\pi \left(\sigma + \sigma' + \frac{m_1}{s} + \frac{m_2}{s} \right),$$

ou

$$K_1 Z_1 - K_2 Z_2 = \frac{4\pi}{s} (m + m_1 + m_2 + m').$$

Donc, en vertu de la relation (3),

$$6) \quad K_1 Z_1 - K_2 Z_2 = 0, \quad \text{ou} \quad K_1 Z_1 = K_2 Z_2.$$

Ainsi, aux deux points P₁, P₂ infiniment voisins, et de part et d'autre de la surface de séparation, les deux champs normaux à cette surface ne sont pas les mêmes, ils ont même direction et même sens, mais leur intensité est en raison inverse du pouvoir d'inducteur spécifique.

Nous rappelons que ceci reste encore exact, d'après le principe d'action de milieu, quelle que soit la forme de la surface de séparation et dans tous les cas possibles.

En résumé, nous venons de voir que lorsqu'une ligne de force traverse la surface de séparation de deux diélectriques, la composante tangentielle du champ n'éprouve pas de discontinuité, et que, si le champ est normal à la surface de séparation, sa variation d'intensité est donnée par la relation (6). Pour passer de là au

Fig. 40.



dans le premier milieu en P et $P\Phi_2$ celui dans le second milieu; φ_1 et φ_2 les intensités de ces champs, et α_1 et α_2 les angles qu'ils font avec la normale PN (*fig. 40*).

Les composantes tangentielles ont même valeur $P\Phi'$, d'où

(2 bis)

$$\varphi_1 \sin \alpha_1 = \varphi_2 \sin \alpha_2.$$

Les composantes normales sont

$$P\Psi_1 = \varphi_1 \cos \alpha_1 \quad \text{et} \quad P\Psi_2 = \varphi_2 \cos \alpha_2.$$

Considérons un deuxième état du système dans lequel le champ est tangentiel au point P considéré dans l'un et l'autre milieu, et par conséquent, de même intensité; choisissons, en outre, cet état de façon que le champ en P ait la même intensité que la composante tangentielle $P\Phi'$ du champ précédent, mais lui soit diamétralement opposé, ce qui est toujours possible. Superposons ces deux états: on en obtient un troisième dans lequel il n'y a plus de composante tangentielle; il ne reste qu'un champ normal qui précisément pour valeur dans le premier milieu

$$Z_1 = \varphi_1 \cos \alpha_1,$$

et dans le deuxième

$$Z_2 = \varphi_2 \cos \alpha_2.$$

Or, nous avons démontré qu'on a dans ce cas

$$K_1 Z_1 = K_2 Z_2,$$

'est-à-dire

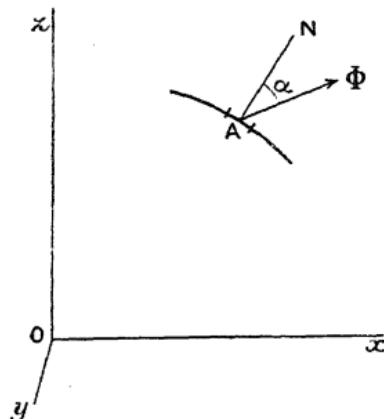
$$K_1 \varphi_1 \cos \alpha_1 = K_2 \varphi_2 \cos \alpha_2,$$

relation qui, jointe à la relation (2 bis), indique comment le champ est modifié dans le cas général.

14. Flux d'induction. — La notion de *flux d'induction* joue un très grand rôle dans les problèmes d'Électrostatique. En voici la définition :

Considérons une surface quelconque tracée dans un champ électrique, et prenons un élément A (fig. 41) de cette surface assez petit pour qu'on puisse le confondre avec le plan tangent et que le champ soit le même en grandeur et direction en tous ses points.

Fig. 41.



Soient AN le sens choisi sur la normale comme sens positif, $A\Phi$ le champ, α l'angle de la direction positive de la normale avec le champ, K le pouvoir inducteur spécifique du diélectrique au point A et ds l'aire de l'élément de surface considéré; on appelle *flux d'induction élémentaire* à travers l'élément A, le produit

$$(1) \quad dJ = K\varphi \cos\alpha \, ds.$$

K , φ et ds sont des quantités essentiellement positives, le flux élémentaire a donc même signe que $\cos\alpha$. Si $\alpha = \frac{\pi}{2}$, le champ est tangent à l'élément de surface et le flux est nul. Le sens positif de la normale est arbitraire; si on le change, on change le signe du

surface par continuité :

$$2) \quad J = \int K \varphi \cos \alpha \, ds \quad (1).$$

Pour trouver une expression analytique du flux d'induction, prenons trois axes rectangulaires (fig. 41) et soient λ, μ, ν les angles que fait la normale AN avec ceux-ci, et X, Y et Z les projections du champ $A\Phi$ sur les axes de coordonnées ; on a

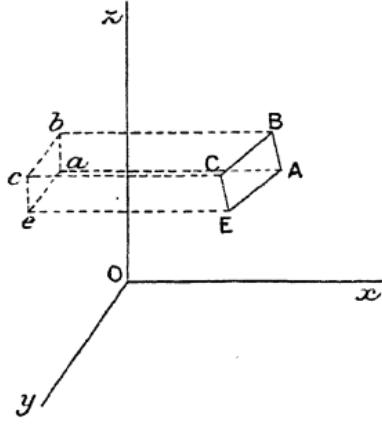
$$\varphi \cos \alpha = X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu,$$

l'où

$$3) \quad J = \int K \varphi \cos \alpha \, ds = \int K X \cos \lambda \, ds + \int K Y \cos \mu \, ds + \int K Z \cos \nu \, ds$$

Le mode de décomposition de la surface en éléments est sans influence, comme on le sait, sur le résultat d'une intégration ; décomposons l'espace considéré par des plans parallèles à xoz par des plans parallèles à xoy et infiniment voisins les uns des autres (fig. 42). Soit $abce$ la section d'un des prismes ainsi formés

Fig. 42.



par le plan yoz ; ce même prisme coupe la surface considérée suivant l'élément $ABCE$. Désignons ae par ds et ab par $d\sigma$; la su

de $\cos \lambda \, ds$; or, cette projection étant $abce$ a aussi pour valeur absolue $dy \, dz$; on a donc :

$$\cos \lambda \, ds = \pm dy \, dz,$$

d'où

$$\int KX \cos \lambda \, ds = \pm \iint KX \, dy \, dz.$$

On mettra le signe $+$ si la partie positive de la normale à l'élément de surface considéré fait avec l'axe ox un angle aigu, le signe $-$ l'angle est obtus.

Une démonstration analogue, mais dans laquelle le mode de décomposition en éléments se fait par des prismes à arêtes parallèles soit à oy , soit à oz , donne

$$\int KY \cos \mu \, ds = \pm \iint KY \, dz \, dx$$

et

$$\int KZ \cos \nu \, ds = \pm \iint KZ \, dx \, dy,$$

avec des remarques analogues pour le signe à prendre. De cette façon, la relation (3) peut s'écrire

$$(4) \quad J = \iint K(X \, dy \, dz + Y \, dz \, dx + Z \, dx \, dy).$$

Comme on a

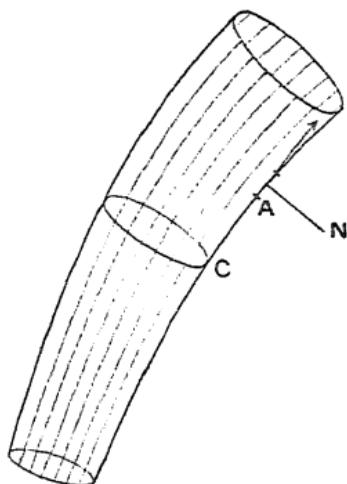
$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial V}{\partial z},$$

la relation (4) peut encore s'écrire

$$J = - \iint K \left(\frac{\partial V}{\partial x} dy \, dz + \frac{\partial V}{\partial y} dz \, dx + \frac{\partial V}{\partial z} dx \, dy \right).$$

quelconque A de celle-ci, le champ est tangent à la surface; do-

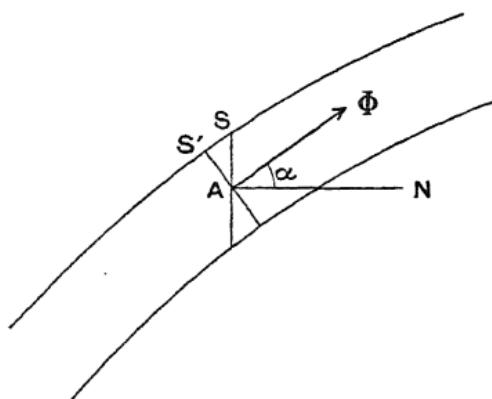
Fig. 43.



$\cos\alpha = 0$ et $dJ = 0$. C'est cette propriété qui rend utile la considération des tubes de forces.

16. Flux d'induction à travers un tube de forces. — Considérons un tube de forces de section infiniment petite; soit A un point quelconque à l'intérieur (fig. 44); on peut, par ce point, faire

Fig. 44.



Menons la section droite S' ; soient ds' sa surface et dJ' le flux d'induction à travers cette section; on a

$$dJ' = K \varphi ds'.$$

Mais le tube étant supposé à section infiniment petite :

$$\cos \alpha ds = ds',$$

d'où

$$dJ = dJ'.$$

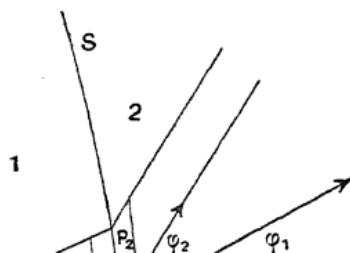
Ce flux d'induction, qui a la même valeur pour toutes les sections passant par un même point, s'appelle le *flux d'induction travers le tube de forces* pour ce point.

Lorsqu'un tube traverse la surface de séparation S de deux dielectriques, il y a réfraction de ses génératrices (fig. 45). Par deux points P_1 et P_2 infiniment voisins, pris de part et d'autre de la surface S et contenus à l'intérieur d'un tube de forces de section infiniment petite, menons deux plans parallèles au plan tangent à la surface S au point où le tube de forces la coupe. Les flux d'induction dJ_1 et dJ_2 à travers les éléments de surface égaux P_1 et P_2 découpés par ces plans dans le tube de forces sont donnés, avec les notations habituelles, par

$$dJ_1 = K_1 \varphi_1 \cos \alpha_1 ds,$$

$$dJ_2 = K_2 \varphi_2 \cos \alpha_2 ds.$$

Fig. 45.



l'onc

$$dJ_1 = dJ_2.$$

Le flux d'induction à travers un tube de forces n'éprouve aucune discontinuité en traversant la surface de séparation de deux diélectriques.

17. Théorème de Gauss. — Considérons, dans un champ électrique, une surface fermée quelconque ; désignons par M la somme algébrique des quantités d'électricité qui sont à l'intérieur, et par J le flux d'induction total à travers la surface fermée en prenant comme sens positif de la normale le sens de l'intérieur vers l'extérieur. On a la relation fort simple

$$i) \quad J = 4\pi M.$$

C'est cette relation qui constitue le *théorème de Gauss*.

Considérons d'abord le cas d'une surface fermée prise tout entière à l'intérieur d'un diélectrique homogène et ne contenant pas de conducteur à son intérieur. Pour démontrer le théorème nous allons nous servir de la *formule de Green* (Voir la Note à la fin du Volume)

$$\begin{aligned} & \iiint U \Delta V \, dx \, dy \, dz \\ &= \iint U \left(\frac{\partial V}{\partial x} \, dy \, dz + \frac{\partial V}{\partial y} \, dz \, dx + \frac{\partial V}{\partial z} \, dx \, dy \right) \\ & \quad - \iiint \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} \right) \, dx \, dy \, dz, \end{aligned}$$

où U et V sont deux fonctions continues des coordonnées x, y, z , et ΔV la laplacienne de V . La première et la troisième intégrale s'étendent à tous les éléments de volume parallélépipédiques de

la première intégrale devient

$$-4\pi \int \int \int \rho \, dx \, dy \, dz = -4\pi M.$$

La deuxième intégrale devient

$$\int \int K \left(\frac{\partial V}{\partial x} dy \, dz + \frac{\partial V}{\partial y} dz \, dx + \frac{\partial V}{\partial z} dx \, dy \right),$$

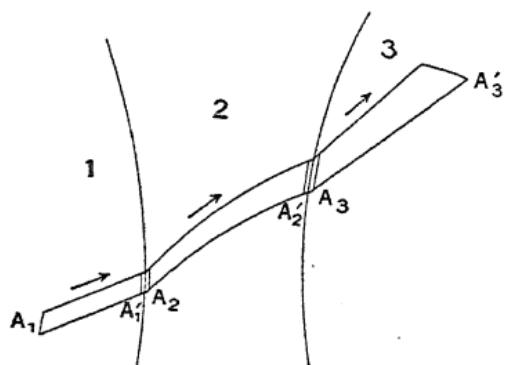
elle représente précisément le flux d'induction changeant à travers toute la surface fermée (n° 14), c'est-à-dire la partie positive de la normale est tournée vers l'extérieur de la surface fermée.

Quant à la troisième elle est nulle, puisque U est une constante $\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial z} = 0$. La formule de Green devient

$$J = 4\pi M.$$

Nous allons maintenant étendre cette relation au cas d'un champ électrique hétérogène, formé par la juxtaposition de domaines homogènes. Considérons un tube de forces infiniment étendu versant plusieurs des surfaces de séparation (fig. 46);

Fig. 46.



par les flèches. Avec cette convention appelons dJ_1 , dJ'_1 , dJ_2 , dJ'_2 , dJ_3 , les flux d'induction à travers les sections A_1 , A'_1 , A_2 , A'_2 , A_3 . Le théorème de Gauss, appliqué au premier tronçon homogène $A_1 A'_1$ du tube de forces, donne, en remarquant que le flux d'induction à travers cette surface fermée se réduit à celui qui traverse les deux bases, et que, pour l'application du théorème de Gauss, la partie positive de la normale étant tournée vers l'extérieur de la surface fermée, le flux d'induction pour l'élément de surface A_1 est alors $-dJ_1$, et $+dJ'_1$ à travers l'élément de surface A'_1 :

$$-dJ_1 + dJ'_1 = 4\pi dM_1,$$

dM_1 étant la quantité d'électricité comprise à l'intérieur du premier tronçon $A_1 A'_1$. On aura de même

$$\begin{aligned} -dJ_2 + dJ'_2 &= 4\pi dM_2, \\ -dJ_3 + dJ'_3 &= 4\pi dM_3, \end{aligned}$$

Or nous avons vu (n° 16) qu'on a

$$\begin{aligned} dJ'_1 &= dJ_2, \\ dJ'_2 &= dJ_3, \end{aligned}$$

et additionnons les égalités précédentes; en simplifiant, il vient

$$-dJ_1 + dJ'_3 = 4\pi(dM_1 + dM_2 + dM_3) = 4\pi dM.$$

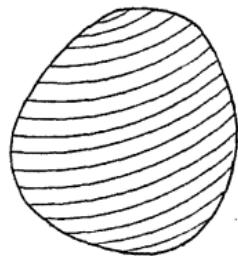
Si l'on représente maintenant par dJ le flux d'induction à travers le premier élément terminal (A_1), mais en prenant pour partie positive de la normale celle qui est tournée vers l'extérieur du tronçon (ce qui revient à appeler dJ ce que nous avons appelé jusqu'ici $-dJ_1$) et dJ' le flux d'induction à travers le dernier élément terminal (A'_3) avec la même convention pour la partie positive de la normale ($dJ' = dJ'_3$), on a

rogène à variations continues, et la relation (2) est encore applicable.

Elle reste encore exacte, quelque diluée ou condensée que soit l'électricité, et, par conséquent, même si entre deux plans infinitésimement voisins se trouve une quantité finie d'électricité par unité de surface. Elle pourra donc encore être appliquée au cas où les diélectriques présentent, par suite d'une polarisation, des couches électriques à leur surface limite (Chap. VIII, n° 6) (1).

Ce point établi, pour démontrer le théorème de Gauss dans le cas d'une surface quelconque contenant un diélectrique homogène ou hétérogène, on décompose le volume en une infinité de tubes de forces de sections infinitésimales (fig. 47), on applique

Fig. 47.



à chacun de ces tubes la relation (2), et en faisant la somme des égalités membre à membre, on obtient

$$\int (dJ + dJ') = 4\pi \int dM,$$

$$J = 4\pi M.$$

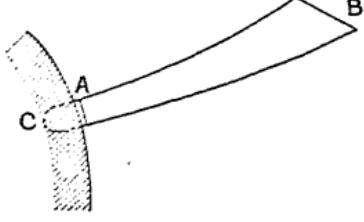
Le théorème de Gauss a été démontré dans le cas où la surface enveloppe ne renferme pas de conducteur; nous allons voir

u'il est tout à fait général et que la relation $J = 4\pi M$ s'applique encore si la surface renferme des conducteurs ou en renferme.

Supposons un tube de forces infiniment mince limité, à l'une de ses extrémités, par un conducteur électrisé positivement (fig. 48). Coupons le tube par une section A infiniment voisine de la surface du conducteur et soit dJ' le flux à travers cette surface. On a

$$dJ' = K ds \varphi \cos \alpha.$$

Fig. 48.



Or si nous considérons, comme toujours, la partie positive de la normale à l'élément A tournée vers l'extérieur du tube de forces, on a ici $\cos \alpha = -1$; d'où

$$dJ' = -K \varphi ds.$$

D'après la loi de Coulomb,

$$K \varphi = 4\pi\sigma,$$

l'où, en remplaçant dans l'égalité précédente,

$$(3) \quad dJ' = -4\pi\sigma ds = -4\pi dM_2,$$

dM_2 représentant la quantité d'électricité située à la surface conducteur dans l'intérieur du tube. La relation (3) est encore exacte si l'on suppose le conducteur électrisé négativement, car

et, en vertu de (3),

$$(4) \quad dJ = 4\pi(dM_1 + dM_2).$$

Prolongeons les lignes de forces du tube à l'intérieur, jusqu'à ce qu'elles cessent, et fermons le tube par une surface quelconque C située tout entière du conducteur où le champ est nul. Nous dirons qu'elles se perdent dans le conducteur. Le flux d'induction à la surface C est nul; d'autre part, la quantité d'électricité contenue dans le tube est

$$dM_1 + dM_2 = dM.$$

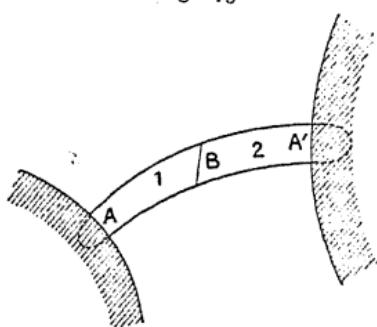
Le flux total se réduit à celui qui traverse la section d'après (4) :

$$(5) \quad dJ = 4\pi dM.$$

Le théorème de Gauss s'applique donc à un tube dont une extrémité se perd dans un conducteur.

Considérons encore le cas où les deux extrémités sont infiniment minces et se perdent dans des conducteurs A et A' ces deux conducteurs (fig. 49). Coupons le tube par une surface quelconque B ; nous séparons ainsi deux tronçons auxquels la relation (5) est applicable.

Fig. 49.



dJ_2 représentant le flux à travers B , la normale étant tournée en sens contraire du précédent. Mais

$$dJ_1 = -dJ_2,$$

onc

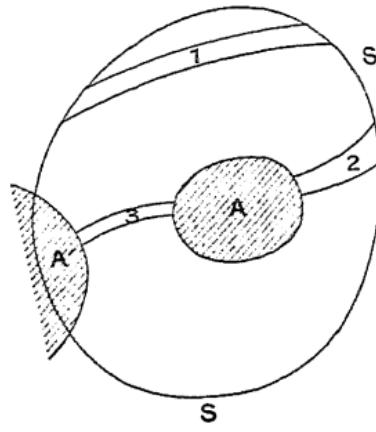
$$4\pi(dM_1 + dM_2) = dJ_1 + dJ_2 = 0.$$

Ainsi la quantité d'électricité contenue à l'intérieur d'un tube de forces qui se perd par les deux bouts dans des conducteurs extérieurs. Ce théorème est fort important en lui-même.

En particulier, si le diélectrique interposé entre les conducteurs n'est pas électrisé, comme il arrive en général pour l'air, il résulte que les deux quantités d'électricité à la surface des conducteurs comprises dans le tube ont une somme nulle : *les bases d'un tube sont chargées de quantités d'électricité égales, mais de signes contraires.*

Considérons maintenant le cas le plus général où une surface enveloppe SS (fig. 50) renferme des conducteurs tels que A , A'

Fig. 50.



on peut rencontrer la surface de quelques-uns d'entre eux, tels que A et A' . Décomposons tout le volume par des tubes de forces infiniment

Pour les tubes de première espèce, le flux d'induction à travers les extrémités situées sur la surface S , la normale étant dirigée vers l'extérieur, est donné par la relation de Gauss

$$dJ + dJ' = 4\pi dM;$$

en faisant la somme pour tous les tubes de cette espèce, on a

$$6) \quad \Sigma_1 dJ = 4\pi \Sigma_1 dM.$$

A travers les tubes de seconde espèce, le flux d'induction se réduit à celui qui traverse l'élément de la surface qui termine le tube sur la surface S et l'on a

$$dJ = 4\pi dM;$$

en faisant la somme pour tous les tubes de cette espèce, on a

$$7) \quad \Sigma_2 dJ = 4\pi \Sigma_2 dM.$$

Pour les tubes de troisième espèce, le flux d'induction total est nul ainsi que la somme des quantités d'électricité correspondantes. Enfin, pour la région de S qui peut être située à l'intérieur d'un conducteur A' , le champ étant nul, le flux d'induction l'est aussi.

En additionnant membre à membre les relations (6) et (7), le premier membre exprime donc le flux d'induction total J travers la surface fermée S et le second membre la somme algébrique M des quantités d'électricité contenue à l'intérieur de la surface S multipliée par 4π ; d'où la relation

$$J = 4\pi M,$$

qui représente le théorème de Gauss dans toute sa généralité.

18. Conséquences du théorème de Gauss. — Généralisation de la relation de Poisson. — Les conséquences du théorème de

l'un point à un autre, K est une fonction des coordonnées x , y et z . En appliquant le théorème de Gauss à un parallélépipède élémentaire ayant ses arêtes parallèles aux axes de coordonnées, on obtient directement la relation

$$1) \quad \frac{\partial(KX)}{\partial x} + \frac{\partial(KY)}{\partial y} + \frac{\partial(KZ)}{\partial z} = 4\pi\varphi.$$

C'est la relation de Poisson généralisée.

Considérons un tube de forces infiniment étroit, limité par deux sections quelconques, et convenons de tourner la normale, pour chaque section, toujours dans le même sens, pour évaluer les flux d'induction dJ et dJ' à travers ces sections.

Le théorème de Gauss donne alors

$$-dJ + dJ' = 4\pi dM.$$

Si le tube ne renferme pas d'électricité, $dM = 0$, et par suite

$$dJ = dJ'.$$

Ainsi,

Quand un tube ne renferme pas d'électricité, le flux d'induction à travers une section quelconque est le même.

Comme, par définition,

$$dJ = K \varphi ds \cos \alpha,$$

$$dJ' = K' \varphi' ds' \cos \alpha',$$

on a dans ce cas

$$2) \quad K \varphi ds \cos \alpha = K' \varphi' ds' \cos \alpha';$$

$K \varphi ds$ et $K' \varphi' ds'$ sont des quantités essentiellement positives; il faut donc que $\cos \alpha$ et $\cos \alpha'$ soient de même signe; les deux angles sont donc ou tous deux aigus ou tous deux obtus : le champ a

Si le diélectrique est homogène,

$$K = K'$$

et l'on a

$$\varphi ds = \varphi' ds' \quad \text{ou} \quad \frac{\varphi}{\varphi'} = \frac{ds'}{ds}.$$

Ainsi :

En chaque point d'un tube de forces traversant un milieu homogène non électrisé, l'intensité du champ est inverse de sa section droite.

Nous venons de voir que, sur une ligne de forces dans un milieu non électrisé, le champ a toujours même sens dans ce sens sur la ligne de forces, le potentiel diminue, comme nous l'avons vu (Chap. II, n° 18); par tous les points d'une ligne de forces traversant un milieu électrisé sont à des potentiels différents.

Cette remarque a de nombreuses conséquences.

Dans un milieu non électrisé, une ligne de forces ne peut pas fermer sur elle-même, ni se couper, ni rencontrer une même surface equipotentielle, puisque les points situés dans les deux premiers cas, et les extrémités, dans le troisième, devraient avoir des potentiels différents, ce qui est impossible.

En particulier, une ligne de forces qui part d'une surface conductrice en équilibre électrique ne peut revenir à cette surface.

Considérons une ligne de forces qui aboutit à la surface d'un conducteur A et A' en équilibre électrique. Si le milieu diélectrique n'est pas électrisé, le champ a toujours même sens long de cette ligne. Nous dirons que la ligne de forces aboutit à une surface pour laquelle le champ est dirigé vers l'extérieur et à la surface pour laquelle le champ est dirigé vers l'intérieur, en résulte que

Dans un diélectrique non électrisé, il n'y a ni maximum, ni minimum de potentiel. Supposons, en effet, qu'il existe une région où le potentiel est constant et plus grand que partout ailleurs. Traçons autour de cette région une surface équipotentielle S infinitésimement voisine de la limite de celle-ci. En tout point de cette surface, le champ serait normal et dirigé vers l'extérieur, puisque ce serait le sens des potentiels décroissants. Il en résulterait que le flux d'induction J à travers S ne serait pas nul, ce qui est impossible, d'après le théorème de Gauss, puisque la charge électrique M à l'intérieur de S est nulle. Une démonstration analogue montre qu'il ne peut y avoir de régions où le potentiel est constant et plus petit que partout ailleurs.

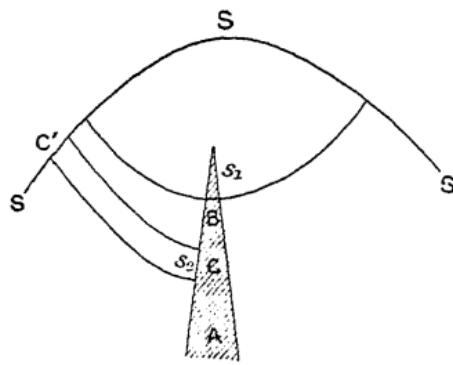
Puisque cette propriété subsiste quelque petit que soit le volume que nous venons de considérer, il n'y a pas non plus de surfaces ou de points isolés présentant un maximum ou un minimum de potentiel.

19. Pouvoir des pointes. — Comme application des résultats précédents, nous allons montrer qu'en se rapprochant d'une pointe ou d'une arête conductrice, la densité électrique superficielle augmente indéfiniment. Nous supposons que le diélectrique environnant n'est pas électrisé et qu'il n'y a pas vis-à-vis de la pointe de surface conductrice au même potentiel.

La surface du conducteur A est une surface équipotentielle. Considérons une autre surface équipotentielle SSS à une certaine distance dans le diélectrique environnant et dont le potentiel est différent de celui du conducteur (fig. 51). Traçons au-dessous de la pointe un petit contour B , et soit s_1 la surface du conducteur comprenant la pointe ainsi détachée. Menons les lignes de force en chaque point de ce contour B ; elles partent normalement et vont découper sur SSS une surface notablement plus grande que s_1 .

située sur la surface s_1 ; en appliquant le théorème de Gauss au volume limité par la surface SSS, la surface formée par l'ensem

Fig. 51.



des lignes de forces partant du contour B et par une section menée par B dans le conducteur A, on a

$$J_1 = 4\pi M_1.$$

Découpons de même une petite surface s_2 en un autre point du conducteur A, et menons le tube de forces correspondant; découpe sur la surface SSS une section C'; en désignant par J_2 le flux d'induction à travers C' et par M_2 la quantité d'électricité répandue sur la surface s_2 en C, on a de même

$$J_2 = 4\pi M_2.$$

Divisant membre à membre les deux relations, il vient

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{M_1}{M_2},$$

l'où

$$\frac{J_1 s_2}{J_2 s_1} = \frac{M_1 s_2}{M_2 s_1} = \frac{\frac{M_1}{s_1}}{\frac{M_2}{s_2}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2},$$

en désignant par σ_1 et σ_2 les densités électriques moyennes sur l

, reste fini, J_2 et s_2 fixes et s_1 tend vers zéro; par conséquent apport $\frac{s_1}{s_2}$ tend vers l'infini.

Le même raisonnement montre que sur une arête vive d'un conducteur électrisé la densité électrique est infinie par rapport à ce qu'elle est en un autre point de ce conducteur.

Nous venons de raisonner dans le cas d'une pointe infiniment étroite ou d'une arête infiniment vive. Les pointes ou les arêtes que l'on peut réaliser sont toujours plus ou moins émoussées; par conséquent, nous pouvons seulement conclure de là que sur une pointe ou une arête conductrice la densité électrique est considérable par rapport à un autre point du conducteur.

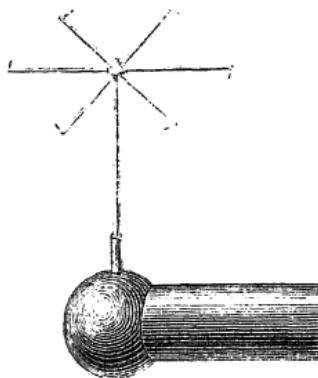
Si la densité en un point d'un conducteur est notable, elle devient énorme sur une pointe ou une arête qu'il présente; il est donc de même du champ électrique dans le voisinage de la pointe ou de l'arête et il doit se produire des étincelles électriques entre le conducteur et les particules d'air environnantes. Ces particules d'air ainsi électrisées sont entraînées par le champ et fuient la pointe; elles sont alors remplacées par d'autres qui s'électrisent à leur tour et fuient de même, produisant ainsi un souffle, un *vent électrique* pendant que le conducteur se décharge.

Le vent électrique, très sensible à la main, peut être montré tout un auditoire en plaçant la flamme d'une bougie vis-à-vis d'une pointe conductrice communiquant avec une machine électrique; la flamme est soufflée et peut même être éteinte par le vent venant de la pointe.

Quand il y a vent électrique, tout se passant comme si la pointe repoussait les particules d'air électrisées, en vertu de l'égalité d'action et de la réaction, la pointe est soumise à une répulsion égale et inverse. On le montre aisément au moyen du petit appareil

Lorsque l'électricité s'échappe ainsi par une pointe, il y a production d'un phénomène lumineux dû à l'ensemble des étincelles

Fig. 52.



entre les particules d'air, ou entre celles-ci et la pointe. Dans le cas d'un conducteur chargé positivement, le phénomène se présente sous forme d'une aigrette ramifiée partant de la pointe. Si le conducteur est chargé négativement, c'est seulement un point brillant que l'on voit à l'extrémité de la pointe.

Lorsque la charge du conducteur muni d'une pointe n'est pas renouvelée, son électrisation diminue à cause de l'électricité enlevée par les particules d'air électrisées ; le conducteur perd ainsi la plus grande partie de son électricité. Aussi doit-on toujours éviter les pointes et les arêtes vives à la surface des conducteurs qu'il doivent conserver une charge électrique.

Considérons une pointe P dont la charge se renouvelle et placée vis-à-vis un corps conducteur A isolé et primitivement à l'état neutre (fig. 53). La pointe étant électrisée positivement, pa-

Fig. 53.

La pointe ayant une électrisation de signe contraire, négative dans notre supposition. Les particules d'air électrisées positivement par la pointe obéissent au champ et se dirigent de la pointe vers le conducteur A, lui apportant leurs charges positives, en sorte que le conducteur isolé se trouve électrisé positivement. Le mouvement s'arrête quand le champ est trop faible à la pointe pour procurer les petites étincelles d'où résulte le vent électrique, c'est à-dire quand le conducteur isolé est sensiblement au même potentiel que la pointe.

Si le conducteur qui porte la pointe était chargé négativement, le même raisonnement montrerait que le conducteur isolé doit se charger négativement.

Le phénomène est encore le même si c'est le conducteur isolé qui est muni de la pointe : par les phénomènes d'influence et d'induction électrique, l'électricité de nom contraire à celle du corps électrisé diminue et le conducteur isolé se trouve chargé de la même électricité que lui. La pointe soutire en quelque sorte l'électricité du corps électrisé placé en face.

Si le conducteur muni de la pointe n'est pas isolé, il décharge presque complètement un conducteur électrisé placé en face de la pointe.

Tous ces phénomènes de charge ou de décharge produits par les pointes se démontrent très facilement par l'expérience.

C'est le physicien Franklin qui le premier a établi par l'expérience le *pouvoir des pointes*.

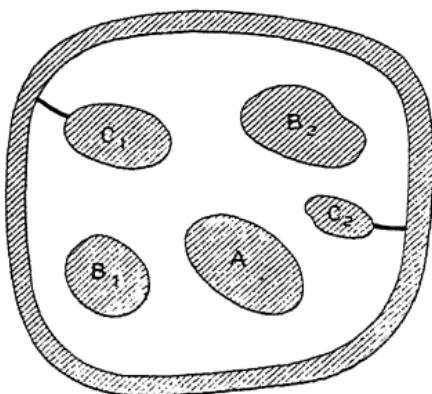
CHAPITRE V.

PHÉNOMÈNES D'INFLUENCE. — CAPACITÉ ÉLECTRIQUE.

Quoique nous ayons déjà étudié en partie les phénomènes d'influence, nous allons ici nous en occuper plus particulièrement.

1. Théorème fondamental de l'influence électrique. — Considérons une enceinte conductrice et à l'intérieur de celle-ci différents corps conducteurs (*fig. 54*); les uns, C_1 , C_2 , ..., commu-

Fig. 54.



niquent avec l'enceinte et sont, par suite, au même potentiel qu'elle; d'autres, B_1 , B_2 , ..., sont isolés et possèdent autant de charges électriques; enfin un seul conducteur, A , possède un excès de charge électrique positive; quant au diélectrique qui entoure les conducteurs, il est homogène ou hétérogène, mais non électrisé.

1^o *Le potentiel de A est plus élevé que celui de l'enceinte.*
 En effet, A possédant un excès d'électricité positive présente quelque part une densité superficielle positive; de cette région part une ligne de forces qui aboutit à l'enceinte ou à l'un des conducteurs isolés B₁, B₂, ...; dans ce dernier cas, au point d'aboutissement de la ligne de forces, il y a de l'électricité négative, et comme ce conducteur possède autant des deux électricités, il y a aussi une région dont la densité superficielle est positive. De cette région part une ligne de forces qui ne peut revenir sur le corps A et, par suite, aboutit à l'enceinte ou à l'un des autres conducteurs isolés, et ainsi de suite; de sorte que, finalement, et pouvant revenir sur l'un des conducteurs B considérés, les lignes de forces finissent par aboutir à l'enceinte ou à l'un des conducteurs C qui y sont reliés. Si l'on suit l'ensemble de ces lignes de forces depuis A, en passant par les conducteurs successifs, le potentiel diminue constamment (Chap. IV, n° 18), donc le potentiel de A est plus élevé que celui de l'enceinte.

2^o *Aucune partie de l'enceinte ou des conducteurs C ne peut être électrisée positivement.*

Si, en effet, une de ces régions présentait une densité superficielle positive, sur une ligne de forces partant de là pour aboutir au corps A soit directement, soit par l'intermédiaire de différents corps B, le potentiel irait en décroissant; et, par suite, A serait un potentiel moins élevé que l'enceinte, ce qui est contraire à ce que nous venons de voir; il n'y a donc pas d'électricité positive sur l'enceinte ou sur les conducteurs C.

3^o *Aucun point de A ne peut être chargé négativement.*
 Une démonstration par l'absurde, calquée sur la précédente, montre immédiatement.

non électrisé, de maximum ou de minimum de potentiel (Chap. I, n° 18), le champ tout autour du conducteur serait dirigé vers l'intérieur; donc tous les points de sa surface seraient chargés négativement, ce qui est contraire à l'hypothèse.

Le potentiel de B ne peut pas davantage être égal à celui de l'enceinte. En effet, la démonstration précédente (n° 2) montre qu'aucun point de l'enceinte n'est électrisé positivement lui sera applicable. D'autre part, il y aurait, au voisinage de B supposé à même potentiel que l'enceinte, une surface équipotentielle dont le potentiel serait supérieur à celui de B; donc B aurait en un certain point une densité négative et connue, il ne pourrait avoir d'électricité positive, il présenterait un excès d'électricité négative, ce qui est encore contraire à l'hypothèse.

On démontrerait de même qu'aucun des conducteurs isolés ne peut être à un potentiel supérieur ou égal à celui de A.

Les potentiels de B_1, B_2, \dots sont donc intermédiaires entre celui de l'enceinte et celui de A.

5° *La surface de A est au plus haut potentiel.*

Car, dans le diélectrique, il n'y a pas de maximum de potentiel, et pour toute ligne de forces qui part de A le potentiel est décroissant.

6° *Le potentiel d'un point P quelconque du champ est positif, si l'on prend comme zéro de potentiel le potentiel de l'enceinte.*

En effet, les conducteurs A, B_1, B_2, \dots sont à des potentiels positifs. Par un point P quelconque du champ passe une ligne de forces qui va soit de l'enceinte à un des conducteurs positifs, soit d'un de ces conducteurs à un autre. En tout point d'une ligne de forces qui traverse un milieu non électrisé, le potentiel étant intermédiaire entre ceux des extrémités, le potentiel de P

- 1^o *Le potentiel de A est inférieur à celui de l'enceinte.*
- 2^o *Aucune partie de l'enceinte ou des conducteurs C peut être électrisée négativement.*
- 3^o *Aucun point de A ne peut être électrisé positivement.*
- 4^o *Les conducteurs isolés sont à des potentiels intérieurs à celui de A et à celui de l'enceinte.*
- 5^o *La surface de A est au plus bas potentiel.*
- 6^o *En prenant pour zéro le potentiel de l'enceinte, celle d'un point quelconque du champ est négatif.*

Supposons maintenant que le corps conducteur A n'existe pas, mais que cette région A soit occupée par un diélectrique chargé entièrement d'une même électricité, que nous supposerons d'abord positive pour fixer les idées, toutes les autres conditions restant les mêmes.

Considérons une surface fermée S infiniment voisine de la surface A menée dans le diélectrique non électrisé. Puisque A est entièrement chargé d'électricité positive, un point électrisé positivement mis n'importe où sur la surface S est soumis à une force dirigée vers l'extérieur de cette surface; autrement dit : à chaque point de S passe une ligne de forces sur laquelle le sens du champ est tourné vers l'extérieur de S. Cette surface S n'est pas nécessairement une surface équipotentielle; mais on peut trouver une surface α fermée, contenant la région électrisée A, son intérieur, voisine de S, et par conséquent de A, qui coupe à angle droit toutes les lignes de forces qui partent de A, et qui, par conséquent, une surface équipotentielle.

Il en est de même, bien entendu encore, si le diélectrique A est entièrement chargé d'électricité négative.

Cette surface équipotentielle α joue le même rôle que la su-

Considérons maintenant le cas particulier où tous les conducteurs isolés possèdent autant des deux électricités et où le diélectrique n'est pas chargé.

1^o *La densité électrique est nulle partout à la surface des conducteurs.* — En effet, si à la surface d'un des conducteurs la densité électrique n'était pas nulle, une ligne de forces partiraient de cette région, ou y aboutiraient; il y aurait variation du potentiel le long de cette ligne et, par suite, dans le milieu considéré; comme il n'y a pas de maximum ou de minimum de potentiel dans un diélectrique non électrisé, il faudrait qu'une des surfaces conductrices présentât un potentiel plus grand ou plus petit que partout ailleurs. Alors, d'après les raisonnements précédents, tous les points de sa surface seraient électrisés positivement ou tous négativement; il y aurait, dans ce cas, excès de l'une des deux électricités, ce qui est contraire à l'hypothèse.

La densité électrique est donc nulle partout à la surface des conducteurs.

2^o *Partout, à l'intérieur de l'enceinte, le champ est nul.* — En effet, s'il n'était pas nul, il y aurait des lignes de forces reliant deux conducteurs; au point de départ, le conducteur serait électrisé positivement, et au point d'arrivée, le conducteur serait électrisé négativement, ce qui est contraire à ce que nous venons de démontrer.

3^o *Le potentiel est partout le même, puisque le champ est nul partout.*

Ainsi, pas d'électrisation, champ nul, potentiel constant.

2. *Équilibre dans la superposition de plusieurs états d'équilibre*

at dans lequel les charges sont partout les mêmes en grandeur mais sont changées de signe, le nouvel état est encore un état d'équilibre.

Il résulte de ce qui précède qu'en multipliant partout les charges d'un état d'équilibre par un même facteur n quelconque, on obtient encore un état d'équilibre, sous la réserve des étincelles que nous appelons que, dans ce nouvel état, les différences de potentiel sont aussi multipliées par le même facteur n .

Remarque. — Tout ce que nous venons de dire sur la superposition ne s'applique évidemment pas aux couches électriques doubles qui existent à la surface de contact de deux conducteurs de nature différente; celles-ci, ne dépendant que de la substance des conducteurs, ne peuvent être ni augmentées, ni diminuées. La superposition ou la multiplication par un facteur n des charges doit s'entendre que de celles qui existent à la surface des conducteurs et dans les diélectriques.

3. Un seul état d'équilibre dans des conditions déterminées. — *Dans des conditions déterminées de charge en chaque point des diélectriques et de potentiel pour les conducteurs, il n'y a qu'un seul état d'équilibre possible.*

Supposons le système renfermé dans une enceinte conductrice homogène et les conducteurs homogènes aussi, les diélectriques étant quelconques.

Admettons que, dans les conditions de l'énoncé, il puisse y avoir deux états d'équilibre différents (1) et (2), tels qu'en un point de la surface d'un conducteur il y ait deux densités superficielles σ_1 et σ_2 . Prenons un troisième état (3), qui diffère du premier en ce que partout les charges sont changées de signe en conservant la même grandeur; cet état (3) est un état d'équilibre, où en A la densité est $-\sigma_1$. Superposons les états (3) et (2); nous obtiendrons un nouvel état d'équilibre où la densité à la surface d'un conducteur

de l'enceinte. Dans ces conditions, nous avons vu (n° 1) que la densité électrique superficielle en tous les points des conducteurs est nulle. Or, en A, par suite de la superposition, la densité est $\sigma_2 - \sigma_1$; on a donc

$$\sigma_2 - \sigma_1 = 0 \quad \text{ou} \quad \sigma_2 = \sigma_1.$$

Ainsi, dans ces deux états d'équilibre supposés (1) et (2) les densités superficielles sont partout les mêmes : ces deux états sont donc identiques.

On peut démontrer encore rigoureusement qu'il en est de même si les conducteurs sont hétérogènes; comme cette démonstration est un peu plus longue et que la proposition est à peu près évidente, nous ne la donnerons pas.

Faisons remarquer, enfin, que la proposition subsiste quelque part que soit l'enceinte conductrice.

Nous allons développer quelques-unes des conséquences des théorèmes précédents.

4. Variation du potentiel par l'addition d'une charge. — Si l'on ajoute de l'électricité positive dans une partie quelconque d'un système, le potentiel est partout augmenté et l'augmentation maxima a lieu à l'endroit même où la charge a été ajoutée.

Pour démontrer cette proposition, considérons un diélectrique quelconque et des charges quelconques dans les diélectriques ou sur les conducteurs. Soit A la région où l'on doit ajouter de l'électricité. Désignons par V_1 le potentiel en un point K quelconque.

Considérons un deuxième état d'équilibre où A est chargé positivement d'une quantité égale à celle que l'on doit ajouter dans l'état précédent, les conducteurs isolés de l'enceinte B_1, B_2, \dots possédant autant des deux électricités, et le diélectrique n'étant pas électrisé. Soit V_2 le potentiel de K: V_2 est positif d'après la

'état (1) que par la quantité d'électricité positive ajoutée en A; la proposition énoncée est donc démontrée.

Si l'on ajoutait en A une quantité d'électricité négative, on démontrerait de même que les potentiels sont partout diminués que la plus grande diminution est à l'endroit où a été ajoutée l'électricité négative.

5. Cas d'un seul conducteur à l'intérieur d'une enceinte conductrice. — Quand un seul conducteur A est à l'intérieur d'une enceinte conductrice, renfermant un diélectrique non électrisé, le potentiel de A est plus élevé que celui de l'enceinte, il ne peut être chargé négativement, ni posséder autant des deux électricités qu'il a donc un excès d'électricité positive.

De même, si A est à un potentiel inférieur à celui de l'enceinte, il est chargé négativement.

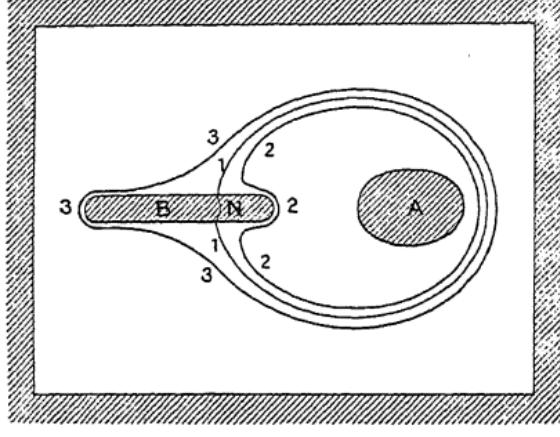
Si A est au même potentiel que l'enceinte, il possède autant des deux électricités et la densité électrique est nulle en tous les points de sa surface (n° 1).

Les réciproques de ces propositions sont évidentes.

6. Cas des expériences classiques pour montrer les phénomènes d'influence. — Nous allons considérer maintenant le cas ordinair des expériences classiques pour établir les phénomènes d'influence. A l'intérieur d'une salle formant enceinte conductrice se trouve un conducteur B cylindrique isolé, possédant autant des deux électricités (fig. 55); à côté est placé un corps de forme quelconque A, conducteur ou isolant, électrisé et que nous supposons chargé positivement pour fixer les idées. Quant à l'environnant, il n'est pas électrisé. Comme B est à un potentiel inférieur à celui ou à ceux de A, mais supérieur à celui de l'enceinte (n° 1), entre A et B existent des surfaces équipotentielle

Entre les deux plages électrisées en sens contraires du conducteur B, il y a une ligne neutre. Soit V' le potentiel de B; la surface équipotentielle 1 au potentiel V' arrivant sur B s'épanouit à sa surface et c'est précisément la ligne d'arrivée N qui est la ligne neutre. Considérons, en effet, deux surfaces équipotentielle 2 et 3 infiniment voisines et de part et d'autre de la précédente; chacune enveloppe l'une des régions de B. La surface 2 qui entoure les parties de B les plus voisines de A est à un potentiel plus élevé que celui de B; près de cette région du con-

Fig. 55.



ducteur le champ est tourné vers l'intérieur de celui-ci; il y a de l'électricité négative à la surface. La surface 3, qui entoure la partie de B la plus éloignée de A, est à un potentiel moins élevé que celui de B; près de cette région du conducteur le champ est tourné vers l'extérieur, cette région est donc électrisée positivement. La ligne N sépare donc bien les deux régions du cylindre électrisées en sens inverse.

Il est presque évident et du reste facile à montrer par des considérations simples que le phénomène d'influence augmente si A se rapproche de B ou si, restant à la même place, sa charge augmente.

ontraire à celle du corps A sur toute sa surface. D'autre part, différence de potentiel entre A et B ayant augmentée, il en est de même de l'intensité du champ ($\varphi = -\frac{dV}{dn}$) en tous les points des lignes de forces allant de A à la région de B la plus voisine qui ont peu changé de forme, et par conséquent les densités négatives aux points où aboutissent ces lignes sur B ont augmenté ($K\varphi = 4\pi\sigma$).

Si l'on supprime la communication avec l'enceinte, B conserve une charge négative. Si l'on écarte alors le corps A, assez loin pour que son action sur B soit insensible, ce conducteur étant isolé et électrisé négativement, prend un potentiel inférieur à celui de l'enceinte et tous ses points sont électrisés négativement.

L'expérience est aisée à faire à l'aide d'un pendule électrique qui permet de constater les différents états d'électrisation.

Bien entendu, si au lieu d'électricité positive A possédait de l'électricité négative, les phénomènes seraient les mêmes, sauf que les signes électriques seraient partout changés.

Si l'on voulait se rendre compte des phénomènes d'influence dans le cas où B est chargé positivement ou négativement, on l'aurait qu'à superposer les états d'équilibre précédents avec celui où B seul est chargé positivement ou négativement, A n'étant pas électrisé.

Ainsi, considérons d'abord le cas où B et A sont électrisés positivement tous les deux. Si A, faiblement électrisé, est loin de B, la région de B tournée vers A reste électrisée positivement, mais sa densité est moindre que si A n'était pas électrisé. Si A se rapproche, ou s'il est plus fortement électrisé, il peut y avoir dans cette région de B de l'électricité négative.

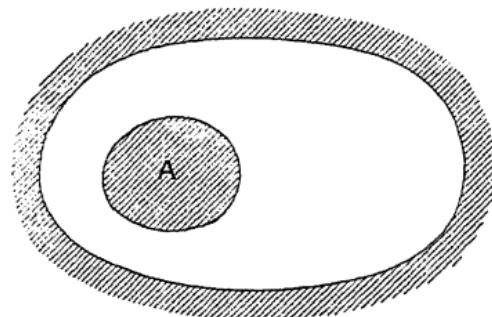
Si, au contraire, B est chargé négativement, la présence de

neu lorsqu'on approche un corps électrisé de l'électroscopie à feuilles d'or.

L'électroscopie étant chargé, l'approche d'un corps du même signe produit une augmentation de l'écart des feuilles. L'on approche un corps électrisé de signe contraire, le rapprochent jusqu'à ce que l'écart devienne nul; puis l'on tue à approcher le corps électrisé, la déviation se rétablit. L'écart va en augmentant quand la distance du corps diminue. Les feuilles ont alors une électrisation de même signe que celle du corps influençant.

7. Capacité électrique. — Considérons un conducteur placé seul à l'intérieur d'une enceinte conductrice, le tout n'étant pas électrisé (fig. 56). Si A est à un potentiel

Fig. 56.



celui de l'enceinte, il est chargé positivement; s'il est à un potentiel inférieur, il est chargé négativement. Nous allons voir que :

La charge de A est proportionnelle à l'excès de potentiel sur celui de l'enceinte.

Soient, dans un état d'équilibre, V_A cet excès de potentiel et M_A la charge dans le conducteur A ou de l'enceinte. Considérons un second

et la charge totale M de A est donnée par

$$M = n M_1 :$$

or, en appelant V le nouvel excès de potentiel de A sur l'enceinte, on a aussi, comme nous le savons,

$$V = n V_1.$$

Il en résulte

$$\frac{M}{V} = \frac{M_1}{V_1} = C$$

$$\frac{\tau}{V} = \frac{\tau_1}{V_1},$$

ainsi la charge M de A et les densités électriques en chaque point du conducteur sont proportionnelles à l'excès de potentiel de A sur l'enceinte.

Le quotient constant C de la charge M de A par son excès de potentiel V sur l'enceinte s'appelle la *capacité électrique* du système. C'est une quantité essentiellement positive

$$M = CV.$$

La capacité d'un système n'est une constante qu'à la condition que le système soit toujours identique à lui-même. Si le corps ou l'enceinte se déforment, ou encore s'il y a changement de position du corps A dans l'enceinte, la capacité change en général. Ainsi, en plaçant, sur un plateau remplaçant le bouton d'un électroscopie à feuilles d'or, une chaîne métallique que l'on peut déplacer à l'aide d'un fil isolant, si l'électroscopie est chargée, on voit, par cette déformation, varier l'écart des feuilles. De même, en approchant la main de l'électroscopie, ce qui modifie la surface de l'enceinte (le corps humain fait partie de l'enceinte conductrice), la distance des feuilles varie. Or, dans cette expérience, la charge de l'électroscopie M est restée constante ; mais l'excès de potentiel sur les parois de la pièce a varié, puisque l'écart de

Enfin, nous verrons plus tard que la capacité va nature du diélectrique qui environne le corps A.

Si les dimensions de l'enceinte grandissent indéfinie, telle sorte que tous ses points s'éloignent de plus en plus, la capacité dépend de moins en moins de la forme de l'enceinte, à la limite, lorsque tous les points de l'enceinte sont à l'infini, elle ne dépend plus que du corps A lui-même. De là la vision souvent employée de *capacité d'un conducteur*, qui n'a de sens que dans le cas où l'enceinte a toutes les dimensions à l'infini.

Par abréviation, nous emploierons pourtant souvent le terme de *capacité d'un conducteur*, même quand les parois de l'enceinte ne sont pas à l'infini; mais il faudra toujours entendre par là le système formé par le conducteur et les parois qui l'entourent; aussi ne considérerons-nous cette capacité comme invariable que si ce système est invariable.

Lorsqu'il y a, dans une même enceinte, différents conducteurs isolés, on ne peut plus dire, en toute rigueur, que la capacité d'un d'entre eux est proportionnelle à l'excès de son volume par rapport à celui des parois; il faut alors tenir compte de l'influence réciproque des conducteurs. Cependant, s'il n'y a que des conducteurs assez éloignés les uns des autres pour que les forces d'influence qu'ils exercent entre eux soient insignifiantes, la capacité de chacun d'eux est alors indépendante de la présence des autres; on peut donc considérer séparément la capacité du système formé par chacun des conducteurs et les parois.

Cette remarque va nous permettre de traiter un problème qui servira d'exemple.

Considérons deux conducteurs A_1 et A_2 assez loin l'un de l'autre pour n'exercer aucune influence réciproque, et soient C_1 et C_2 les capacités de ces deux conducteurs pris séparément.

n pour que la charge de ce fil soit insignifiante ; il y a mouvement des électricités et, quand l'équilibre est de nouveau atteint, les potentiels des deux conducteurs sont les mêmes. Soient M'_1 et M'_2 les nouvelles charges des conducteurs et V le potentiel commun, on a encore

$$M'_1 = C_1 V, \quad M'_2 = C_2 V.$$

Mais, puisque la charge du fil est négligeable et que le système des conducteurs et du fil est isolé, on a, en vertu de la loi de la conservation de l'électricité,

$$M'_1 + M'_2 = M_1 + M_2,$$

et, en remplaçant les charges en fonction des capacités,

$$(2) \quad (C_1 + C_2)V = C_1 V_1 + C_2 V_2;$$

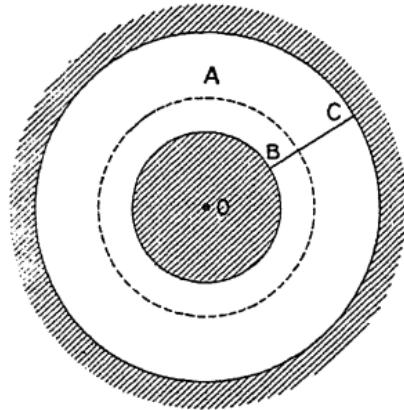
cette relation permet de calculer V si l'on connaît les capacités C_1 et C_2 et les différences de potentiel initiales V_1 et V_2 .

Remarquons la similitude de ce problème avec celui des mélanges en calorimétrie : supposons deux corps ayant des capacités calorifiques C_1 et C_2 et primitivement aux températures V_1 et V_2 ; ces mélange ; la température finale V est donnée par la relation (2).

Ceci nous montre l'analogie qui existe entre la capacité électrique et la capacité calorifique d'un corps, entre la différence de potentiel et la température, entre la quantité d'électricité et la quantité de chaleur. Mais cette analogie n'est que superficielle, car la capacité calorifique d'un corps dépend uniquement de ce corps, tandis que la capacité électrique, indépendante de la nature même de ce corps, dépend, au contraire, de sa forme, de la forme de l'enceinte et de la position du corps par rapport à celle-ci. Remarquons, en outre, que, si nous avions fait communiquer les deux conducteurs par contact direct et non par l'intermédiaire d'un

Considérons un conducteur sphérique de centre O (fig. 57) l'intérieur d'une enceinte sphérique concentrique et séparé de cette enceinte par un diélectrique homogène de pouvoir induit spéfique K . Soit M la charge, positive par exemple, de la sphère intérieure; la charge répartie à la surface interne de l'enceinte est $-M$. Par raison de symétrie, le potentiel et le champ

Fig. 57.



sont les mêmes à une même distance du centre et le champ est dirigé suivant un rayon des sphères. Prenons un point A, à une distance r du centre, dans le diélectrique. Nous avons déjà vu comment on peut calculer le champ au point A, mais nous allons indiquer maintenant une méthode plus simple fondée sur le théorème de Gauss.

Considérons la sphère de rayon $OA = r$ et évaluons le fluage d'induction à travers sa surface. Le flux qui traverse un élément ds de cette surface a pour expression $K\varphi ds$; pour avoir le flux d'induction totale, il n'y a qu'à répéter l'expression pour chaque élément et à faire la somme

$$\int K\varphi ds = K\varphi \int ds = K\varphi 4\pi r^2.$$

ment dr , suivant le rayon, a pour expression

$$dW = m \varphi dr = \frac{mM dr}{Kr^2},$$

Le travail total dans le déplacement de B en C est

$$W = m \frac{M}{K} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2},$$

où l'on appelle R_1 et R_2 les rayons OB et OC des deux sphères

$$W = \frac{mM}{K} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

D'autre part, ce même travail W a aussi pour expression mV où l'on représente par V la différence de potentiel entre la sphère et l'enceinte.

En égalant ces deux expressions, il vient

$$V = \frac{M}{K} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{M}{K} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}.$$

La capacité C du système étant égale à $\frac{M}{V}$, on a

$$C = K \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

La capacité électrique du système est proportionnelle à K ; c'est d'ailleurs une propriété générale si le diélectrique est homogène quelle que soit sa forme, comme on peut le démontrer.

Supposons que R_2 augmente indéfiniment; en mettant C sous la forme

$$C = \frac{KR_1}{1 - \frac{R_1}{R_2}},$$

on voit immédiatement que, à la limite

Si le système est placé dans le vide, $K = 1$ et

$$C = R_1,$$

relation remarquablement simple qui montre que, dans l'électrostatique, la capacité d'une sphère placée dans l'air (sensiblement) et à grande distance de tout est égale au rayon. La capacité se mesure donc par elle a, par suite, les dimensions d'une longueur, ce qui d'ailleurs voit d'après la formule même de définition.

Il est bon de remarquer que, dans la pratique, mesure que très grossièrement la capacité d'une sphère, même dans une salle de grandes dimensions, lorsque l'enceinte est loin d'être négligeable. Pour fixer les idées, supposons que le rayon de la sphère isolée soit de 10^6 cm, équivalente à une sphère de 5^m de rayon; la formule donne pour la capacité

$$C = \frac{10 \times 500}{500 - 10} = 10 \left(1 + \frac{1}{49} \right),$$

la capacité dépasse donc la valeur du rayon de plusieurs fois, ce qui n'est pas négligeable.

Considérons maintenant le cas où les rayons de la sphère intérieure et de l'enceinte sont voisins; l'expression de la capacité du système prend une forme qu'il est intéressant d'examiner.

Posons

$$R_1 = R,$$

$$R_2 = R + e,$$

e est l'épaisseur du diélectrique; il vient

$$C = \frac{KR(R + e)}{e} = \frac{KR^2}{e} \left(1 + \frac{e}{R} \right);$$

multiplions les deux termes du dernier membre par

u, en désignant par S la surface de la sphère,

$$C = \frac{KS}{4\pi e} \left(1 + \frac{e}{R} \right).$$

Si nous supposons e très petit vis-à-vis de R , de façon à pouvoir négliger $\frac{e}{R}$ devant l'unité, nous avons

$$C = \frac{KS}{4\pi e},$$

expression déjà obtenue pour la capacité d'un condensateur plan indéfini, de surface S et dont les plateaux sont séparés par une épaisseur e d'un diélectrique de pouvoir inducteur spécifique K .

9. Condensateurs. — On appelle *condensateur électrique* tout système composé de deux surfaces conductrices, situées très près l'une de l'autre et séparées par un diélectrique qui forme ainsi une mince couche isolante. Les deux surfaces conductrices s'appellent les *armatures* du condensateur.

Les condensateurs peuvent affecter des formes très diverses, ainsi une lame de verre dont les deux faces sont recouvertes en partie par deux feuilles d'étain, un bocal dont les parois intérieure et extérieure sont tapissées d'étain, constituent des condensateurs usuels.

Nous allons faire l'étude d'un pareil système. Nous supposerons d'abord le condensateur fermé, c'est-à-dire qu'une des armatures enveloppe complètement l'autre; en outre, comme c'est le cas ordinaire dans la pratique, nous supposerons que le diélectrique n'est pas électrisé. Nous nous trouvons alors dans les conditions étudiées précédemment (n^os 7 et 8) et nous n'avons qu'à rappeler les résultats obtenus. Si les deux armatures ne sont pas au même potentiel, elles sont électrisées: l'armature au plus haut potentiel

Ce qui précède s'applique à une portion quelconque d'un condensateur; en effet, on a vu (n° 7) qu'en chaque point la densité superficielle est proportionnelle à la différence de potentiel V ; la charge M pour une portion quelconque est donc proportionnelle à V et le quotient $\frac{M}{V}$ s'appelle la *capacité* de cette portion d'un condensateur.

Considérons maintenant un condensateur ouvert. Ces deux armatures forme écran électrique; tous les phénomènes qui se produisent entre elles sont donc indépendants de ce qui peut arriver dehors, indépendants même des quantités d'électricité qui peuvent être réparties sur les surfaces extérieures des deux armatures. Pour une même différence de potentiel V entre ces deux armatures, les charges sont donc les mêmes en chaque point, que le condensateur soit ouvert ou fasse partie d'un condensateur fermé, excepté toutefois une petite région sur les bords des deux armatures, d'étendue comparable à l'épaisseur de la lame diélectrique. Le rapport $\frac{M}{V}$ pour un condensateur ouvert est donc encore la même chose, c'est, par définition, la *capacité* du condensateur.

Nous allons calculer cette capacité dans le cas où les deux armatures forment des surfaces parallèles, de sorte que la surface commune aux deux surfaces ait en chaque point une épaisseur constante, qui est l'épaisseur du diélectrique; nous supposons, de plus, que cette épaisseur soit très petite vis-à-vis des rayons de courbure.

Par raison de symétrie, les surfaces équipotentielle des deux armatures sont alors des surfaces parallèles à ces armatures. Le champ électrique, qui leur est normal, a une direction constante, et la normale commune aux deux surfaces. Pour deux points, situés dans la surface d'une armature, et dans la direction de la normale, les deux champs sont égaux.

nt les deux expressions du travail qu'elle effectue,

$$m \dot{\varphi} e = m V,$$

où

$$\dot{\varphi} = \frac{V}{e}.$$

D'autre part, tout près de la surface, le champ est lié à la densité superficielle par la relation de Coulomb

$$K \dot{\varphi} = 4\pi \sigma;$$

n tire de là

$$\sigma = \frac{K \dot{\varphi}}{4\pi} = \frac{KV}{4\pi e}.$$

Pour avoir la charge totale, remarquons que K, V et e sont constants, la densité superficielle est donc constante, et l'on a

$$M = S \sigma = \frac{KSV}{4\pi e},$$

où, enfin,

$$C = \frac{M}{V} = \frac{KS}{4\pi e}.$$

Telle est la démonstration générale de la formule $C = \frac{KS}{4\pi e}$ que nous avons déjà rencontrée deux fois.

Il résulte de là que, pour avoir un condensateur de grande capacité, il faut donner une faible épaisseur au diélectrique et une grande surface aux armatures.

Nous reprendrons l'étude des condensateurs après celle des machines électriques, dont nous allons nous occuper maintenant.

CHAPITRE VI.

MACHINES ÉLECTRIQUES. — CHARGE, USAGE ET FORMES DIVERSES DES CONDENSATEURS. — DÉCHARGES ÉLECTRIQUE

1. **Généralités.** — Une *machine électrique* est un système qui permet de produire de l'électricité positive et de l'électricité négative, en égale quantité, bien entendu, d'après la loi de la conservation de l'électricité. Dans un tel système, l'électricité positive est déposée sur un conducteur qui prend le nom de *pôle positif*; l'électricité négative est déposée sur un autre conducteur, le *pôle négatif*. Le pôle qui reçoit l'électricité positive prend un potentiel de plus en plus élevé à mesure qu'augmente la quantité d'électricité; au contraire, le pôle qui reçoit l'électricité négative prend un potentiel de plus en plus bas. Il s'établit donc par le jeu de la machine une différence de potentiel entre les deux pôles, c'est de cette différence que dépend la longueur de l'étincelle qui éclate lorsqu'on rapproche suffisamment les pôles.

Si l'on réunit les pôles par un conducteur, l'équilibre exige que les deux pôles soient au même potentiel, d'autre part le jeu de la machine tend à rétablir constamment la différence de potentiel; l'équilibre ne peut donc avoir lieu et l'électricité est en mouvement d'un pôle à l'autre.

Tous les phénomènes électriques dus au déplacement de l'élec-

La quantité d'électricité positive qui traverse une section quelconque du conducteur par le temps qu'elle met à passer.

L'intensité du courant que peut fournir une machine dont on réunit les pôles par un conducteur s'appelle le *débit* de machine.

La *différence de potentiel maxima* des pôles et le *débit* sont les deux caractéristiques d'une machine électrique. A ce point de vue, on peut séparer ces appareils en deux catégories :

1^o Les machines capables de donner de très grandes différences de potentiel, mais ayant un faible débit; ce sont les machines électriques proprement dites, les seules dont nous nous occupons ici;

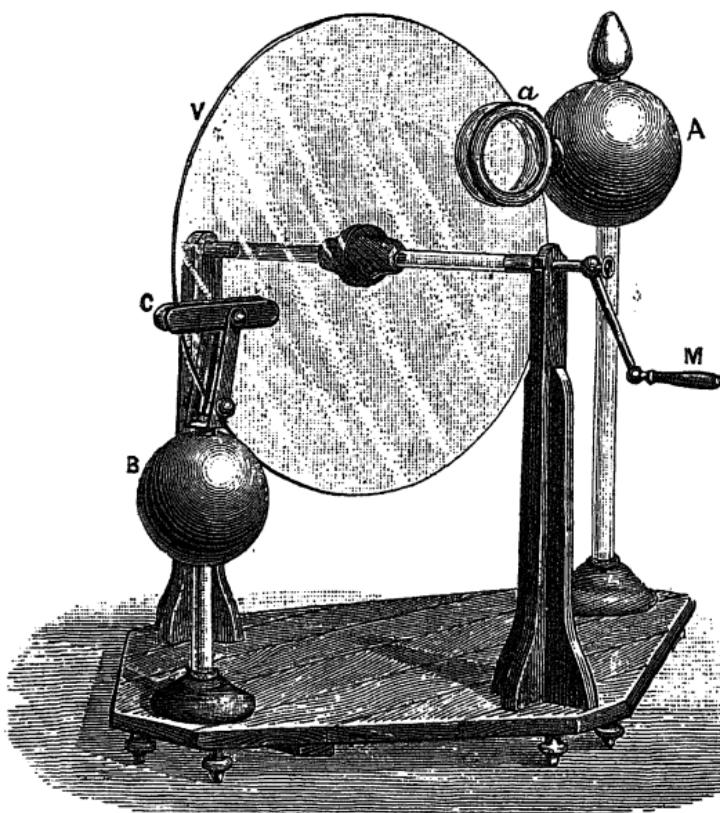
2^o Les machines ne pouvant donner que des différences de potentiel très faible, mais ayant un débit considérable; telles sont les piles hydro-électriques, les piles thermo-électriques et les électromoteurs fondés sur l'induction.

Les machines électriques proprement dites, elles-mêmes peuvent être divisées aussi en deux groupes suivant qu'elles utilisent les phénomènes de frottement ou les phénomènes d'influence; de là les noms de *machines à frottement* et de *machines à influence*. Mais cette division est assez artificielle; car dans les machines à frottement, il y a des phénomènes d'influence, pour amorcer les machines à influence, on a souvent recours au frottement.

2. Machines à frottement. — Nous prendrons comme type de machines à frottement la machine inventée vers la fin du XVIII^e siècle par le physicien français Le Roy (fig. 58), qui a été construite ensuite en Allemagne par Winter, ce qui fait qu'elle est connue habituellement sous le nom de *machine de Winter*.

communiquent avec une autre sphère métallique isolée le frottement, le plateau s'électrise positivement et négativement; l'ensemble des coussins C et de la sphère A constitue le pôle négatif de la machine. En passant

Fig. 58.



anneaux α , le verre chargé positivement donne lieu à une décharge; des aigrettes se produisent entre les lames de clinquant, l'électricité positive du verre est détruite, et une égale quantité se trouve sur le plateau et la sphère A, comme nous l'avons expliqué à propos des pointes (Chap. IV, n° 19). Les anneaux α et β constituent ainsi le pôle positif de la machine.

xtérieure quelles que soient les charges antérieures, car la surface forme écran et protège complètement l'intérieur de l'action des charges extérieures. Dans le cas actuel, les anneaux forment peu de chose près une enveloppe fermée pour la surface de boule de verre placée entre eux et l'électricité vient sans cesse s'accumuler sur le pôle.

Puisque toute l'électricité produite pendant une rotation complète passe sur le pôle positif, pour une même machine, le débit est proportionnel à la vitesse de rotation. Pour des machines géométriquement semblables et constituées de même, il est proportionnel à l'étendue des surfaces frottantes, c'est-à-dire au carré des dimensions homologues. Mais le débit dépend essentiellement de la nature des surfaces de frottement; les verres peu alcalins sont les meilleurs. De plus, le verre s'améliore en vieillissant : les vieux disques de verre sont préférables aux disques neufs. Enfin la nature de la substance qui recouvre les coussins et les renseignes conducteurs a une très grande importance; en les recouvrant d'une feuille d'or ou d'argent, ou encore d'un amalgame pulvérulent, ou plus simplement de bisulfure d'étain (or mussif), on augmente énormément le débit. Il n'est pas nécessaire que les coussins appuient fortement sur le verre : le débit est indépendant de la force avec laquelle ils pressent le verre, comme l'a démontré Péclet; il suffit qu'il y ait contact.

Occupons-nous maintenant de la différence de potentiel maximum qu'une machine peut donner entre ses pôles.

Supposons que les différentes parties de la machine soient parfaitement isolées. Dans ces conditions la différence de potentiel augmente indéfiniment; il n'y a alors d'autres limites que celles qui imposent les étincelles qui peuvent éclater entre les différents conducteurs ou les pertes par aigrettes. De là vient la nécessité d'employer que des conducteurs à surface arrondie: on do-

deviennent égaux; à partir de ce moment le potentiel ne varie plus.

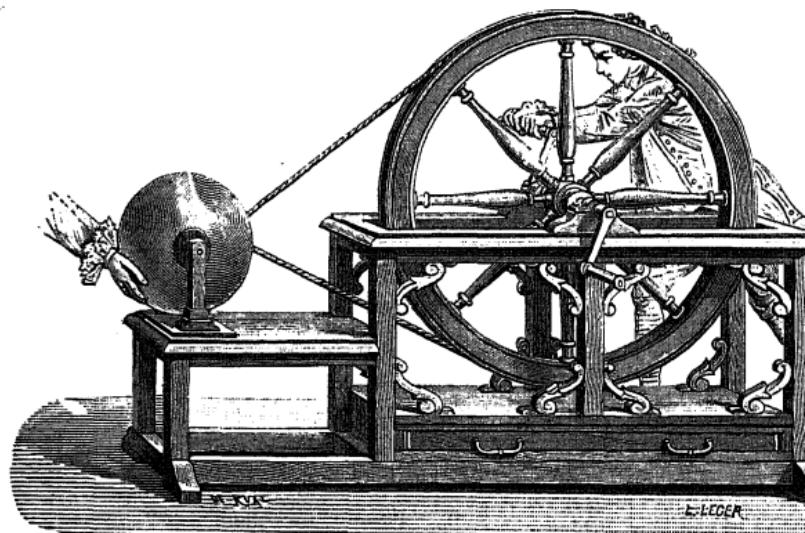
Ce que nous venons de dire au sujet du débit et de la différence de potentiel maximum des pôles s'applique aux machines à frottement.

3. Historique de la machine à frottement. — Comme la plupart des inventions, la machine à frottement n'a pas d'emblée sa forme la plus parfaite.

On considère souvent comme l'ancêtre des machines à frottement l'appareil qu'Otto de Guericke employait vers 1660 du XVII^e siècle; il se composait d'un globe de soufre posé sur un plateau et faisait tourner autour d'un axe de fer disposé suivant un diamètre et que l'on électrisait par frottement en main sur sa surface. Quand la sphère était électrisée, on la tenait par son axe de fer.

Ces globes de soufre étaient très fragiles; aussi, vers 1670 du XVII^e siècle, Hauxsbée les remplaça par des globes de cuivre.

Fig. 59.



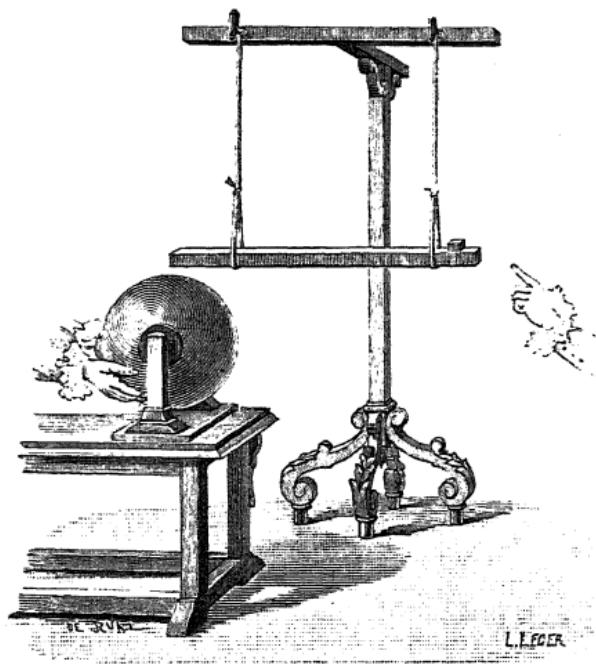
evint plus tard en recouvrant le coussin de feuilles d'or ou d'argent.

C'est vers la même époque que Bose, professeur à Wittemberg, remarqua qu'en attachant sur un conducteur isolé des filaments dont les extrémités traînaient sur le globe de verre, ce conducteur se chargeait d'électricité et permettait de la recueillir.

On reconnut bientôt que les filaments n'étaient pas nécessairement qu'il suffisait d'approcher du globe tournant l'arête ou la pointe d'un conducteur. Les *fig. 59* et *60* représentent la machine employée par l'abbé Nollet vers le milieu du XVIII^e siècle.

En 1752, le physicien anglais Windsor décrivit une machine formée d'un cylindre de verre, frotté par des coussins métallisés et pourvue de conducteurs cylindriques, d'où pendaient des co-

Fig. 60.

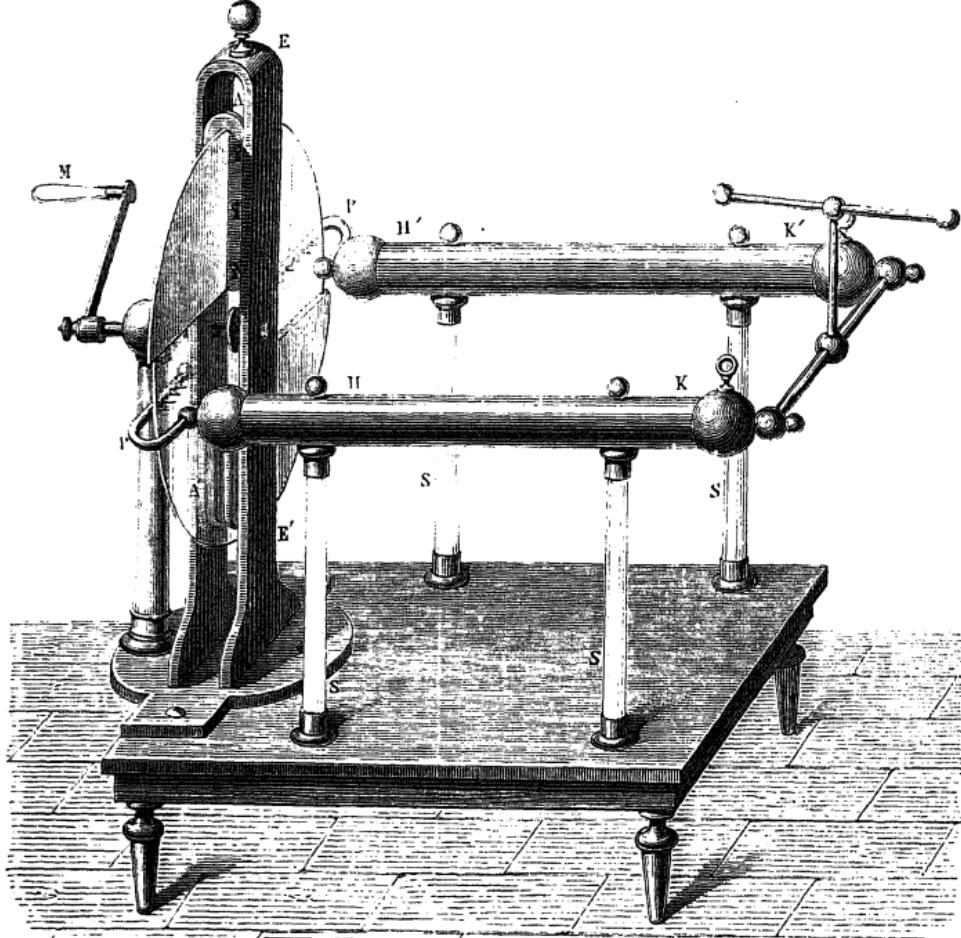


ducteurs venant se terminer vis-à-vis du cylindre de verre pa-

sitif en plaçant des coussins de chaque côté pour équilibrer les pressions. D'abord, ses machines, comme celle de Sigaud de Lefèvre, ne possédaient de pointes que d'un seul côté du plateau de verre. Plus tard, on fit passer le plateau dans deux mâchoires communiquant avec les conducteurs isolés, garnies de pointes tournées vers le plateau de verre (peignes).

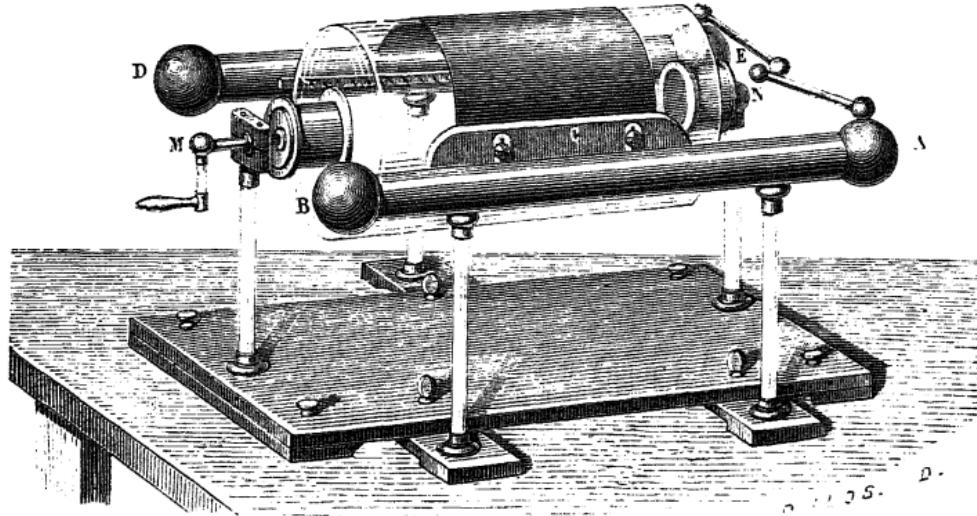
La machine de Ramsden (fig. 61) a été employée pendant presque un siècle. Comme dans les précédentes, le pôle négatif de cet

Fig. 61.



En 1770, le constructeur anglais Nairne construisit, pour le grand-duc de Toscane, une machine formée par un cylindre de fer tournant entre deux conducteurs, l'un muni du coussin de frottement et l'autre de pointes dirigées vers le verre (fig. 62). Ici les deux pôles sont isolés comme dans la machine de Le Roy.

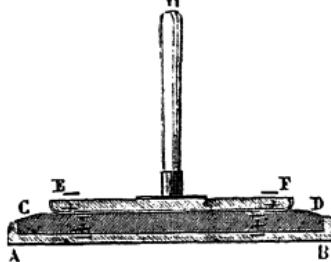
Fig. 62.



Nous passerons sous silence diverses autres formes des machines à frottement moins importantes.

4. **Électrophore.** — Le principe des machines à influence se trouve dans l'*électrophore*. Cet appareil a été imaginé en 176

Fig. 63.



par un physicien de Stockholm Wilck: mais cette inventio

fut peu connue et, quelque temps après, Volta réinventa pour ainsi dire l'électrophore.

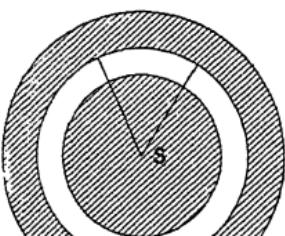
L'appareil est composé de deux plateaux, l'un de substance isolante et l'autre conducteur (*fig. 63*); ce dernier est formé, par exemple, d'un plateau de bois recouvert d'une feuille d'étain; il est muni d'un manche isolant en verre.

Pour se servir de l'instrument, on commence par battre le plateau isolant avec une peau de chat, ce qui l'électrise négativement; puis l'on pose sur lui le plateau conducteur. Si l'on enlève ce dernier plateau, on constate qu'il n'est pas électrisé: l'électricité ne passe donc pas du plateau isolant au plateau conducteur. Mais, si l'on approche le doigt du plateau conducteur lorsqu'il est placé sur le plateau isolant, on en tire une étincelle; si l'on sépare ensuite les deux plateaux, on peut tirer une vive étincelle du plateau conducteur. En recommençant cette opération, on obtient chaque fois une étincelle sans qu'il soit nécessaire d'électriser à nouveau le plateau isolant.

Il est facile de constater qu'après avoir fait communiquer le plateau conducteur avec le sol, puis l'avoir séparé du plateau isolant, il est chargé d'électricité positive, quand le plateau isolant est chargé négativement. Le phénomène d'électrisation du plateau conducteur est donc un phénomène d'influence.

La théorie en est assez simple. Pour la faire, considérons d'abord le cas d'un système formé par une sphère *S* isolante (*fig. 64*) et

Fig. 64.



erne et une charge $+M$ sur sa face externe. Menons un cône ayant le centre pour sommet; il découpe sur la surface interne de la sphère conductrice et sur la surface de la sphère isolante deux coupoles sphériques dont les charges sont égales en valeur absolue. Dans le cas où les rayons sont infiniment grands vis-à-vis de l'écartement des surfaces et de leur étendue, on obtient deux plateaux plans et parallèles, l'un isolant et l'autre conducteur: c'est précisément là le système formé par l'électrophore. Ainsi, le plateau isolant étant électrisé négativement, le plateau conducteur possède deux couches d'électricité égales en valeur absolue à la charge du plateau isolant, l'une positive à la surface inférieure, l'autre négative à la surface supérieure. Si l'on met cette dernière en communication avec le sol, l'électricité négative disparaît; quant à l'électricité positive, elle n'éprouve aucune modification, car le disque métallique forme écran.

Un point reste à expliquer: comment se fait-il qu'en appliquant les deux plateaux l'un contre l'autre les deux électricités contraires, qui se font face, ne se neutralisent pas?

L'électricité ne peut pas passer d'un plateau à l'autre par conductibilité, parce que l'un d'eux est isolant, et nous allons montrer qu'elle ne peut pas passer non plus par étincelles. Considérons un condensateur plan indéfini, et soit S l'étendue des surfaces égales AA' et BB' prises en regard sur les plateaux; avec les notations habituelles, la charge de ces surfaces est

$$M = \frac{KSV}{4\pi e},$$

d'où l'on tire

$$\frac{V}{e} = \frac{4\pi M}{KS};$$

pour que la différence de potentiel résultante corresponde à distance explosive. Désignons le potentiel explosif par V' ; on donc

$$\frac{V}{e} < \frac{V'}{e}.$$

Or, si e diminue, $\frac{V}{e}$ reste constant, tandis qu'au contraire le rapport $\frac{V'}{e}$ de la différence de potentiel explosive à la distance va augmentant à mesure que la distance vient à diminuer, comme résulte des expériences de Lord Kelvin; on a donc, *a fortiori*,

$$\frac{V}{e} < \frac{V'}{e}$$

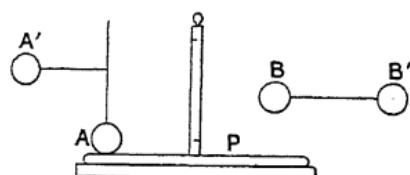
et par suite

$$V < V'.$$

Le potentiel est donc toujours inférieur au potentiel explosif: il ne peut y avoir d'étincelle entre les deux plateaux.

5. **Principe des machines à influence.** — L'électrophore n'est pas à proprement parler une machine électrique, car il n'y a pas de pôles; mais il serait facile de le compléter et de le transformer en une véritable machine électrique. Ainsi, en disposant (fig. 65)

Fig. 65.



au-dessus des plateaux deux sphères A et B communiquant respectivement avec les deux conducteurs isolés A' et B', il suffirait de faire toucher par la sphère A le plateau métallique P, et il

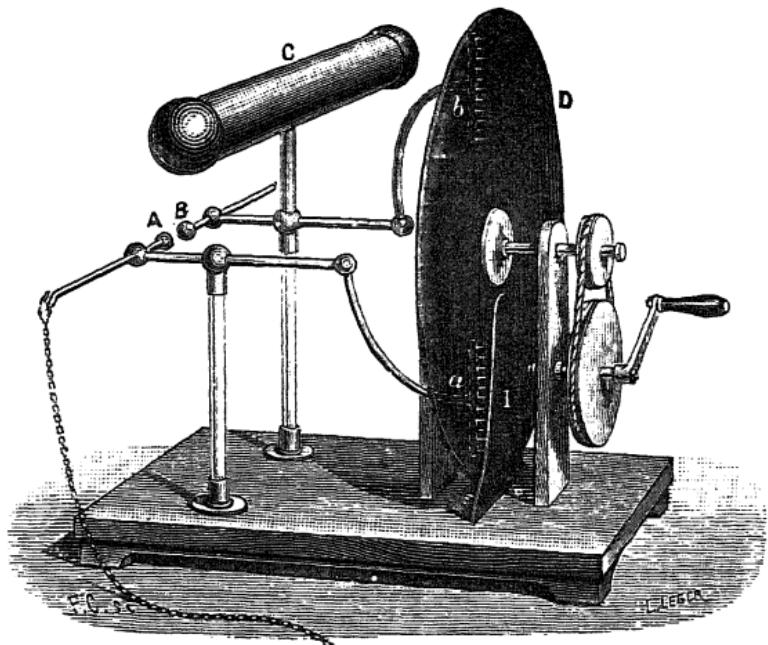
insi des appareils de grand débit, qui méritent le nom d'*électrophores tournants* et qui sont les premières machines à influence imaginées. Ce sont eux que nous décrirons d'abord.

6. Machines de Piche, de Bertsch et de Carré. — La plus simple des machines à influence a été imaginée par un Français, M. Piche. Les organes isolants de cet appareil étaient en papier, mais ce corps n'isole que s'il est sec, d'où la nécessité de chauffer l'appareil avant de s'en servir, ce qui était un grave inconvénient.

Un physicien suisse, M. Bertsch, construisit, peu de temps après, une machine de forme identique, mais où le papier était remplacé par l'ébonite, substance qui isole beaucoup mieux.

La machine de Bertsch (fig. 66) se compose d'un disque d'ébonite D qui peut tourner rapidement autour d'un axe horizontal

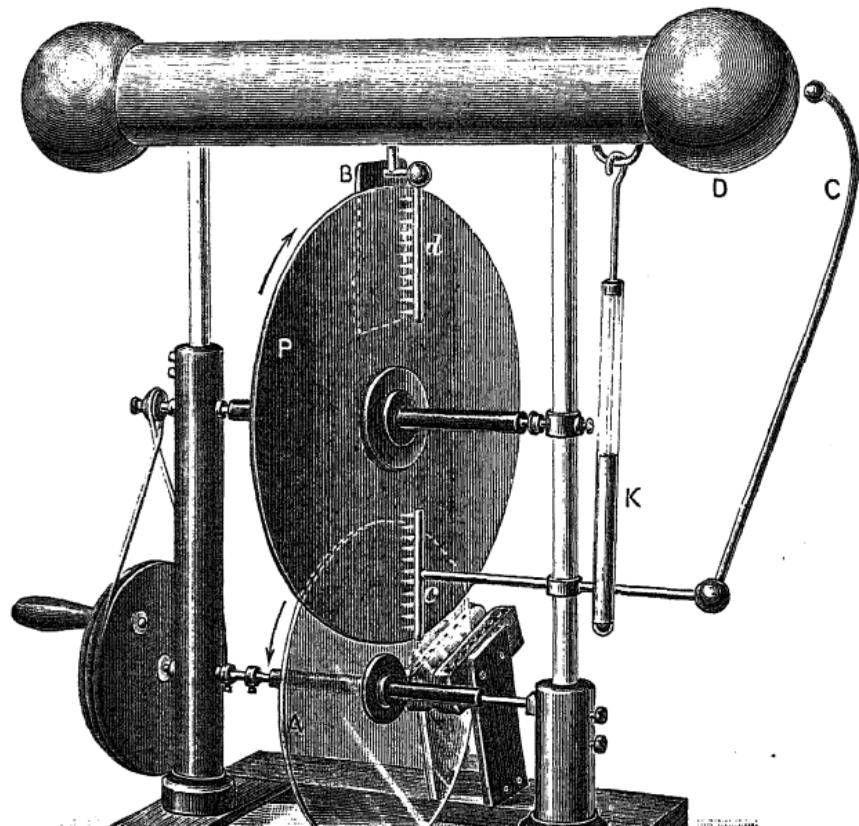
Fig. 66.



que l'électricité positive s'écoule par les pointes du peigne *a* sur le plateau tournant et est entraînée par lui jusqu'à l'autre peigne *b*. Un deuxième phénomène d'influence a lieu alors : *Bb* se charge positivement et son électricité négative vient neutraliser celle du plateau tournant qui repasse désélectrisé devant l'inducteur. Ces phénomènes de charge se répètent ainsi indéfiniment pendant la rotation du plateau. L'appareil fonctionne bien tant que l'inducteur reste chargé; mais, comme celui-ci n'est jamais un isolant parfait, sa charge électrique diminue par conductibilité de plus en plus et la machine cesse rapidement de fonctionner.

Un constructeur français, M. Carré, a rendu cette machine pra-

Fig. 67.



qui tourne lentement entre deux coussins et s'électrise par frottement tandis que le plateau mobile P en ébonite tourne rapidement. Le disque de verre s'électrise positivement, comme dans la machine de Ramsden, et présente au peigne inférieur c une surface toujours aussi fortement électrisée. Remarquons que cet inducteur étant ici chargé positivement, c'est le pôle inférieur C qui est positif et le pôle supérieur D négatif : le signe des pôles est renversé.

Pour compléter la description de la machine Carré, ajoutons que le pôle supérieur est constitué par un vaste cylindre de laiton sur lequel est fixée une plaque d'ébonite B qui pend vis-à-vis du peigne supérieur d; cette plaque se charge lentement d'électricité négative et constitue ainsi un nouvel inducteur à la partie supérieure de l'appareil. Par suite, le plateau d'ébonite est chargé d'électricité positive sur sa moitié descendante, par une cause semblable à celle qui le charge d'électricité négative sur sa moitié descendante; le débit est ainsi notablement augmenté.

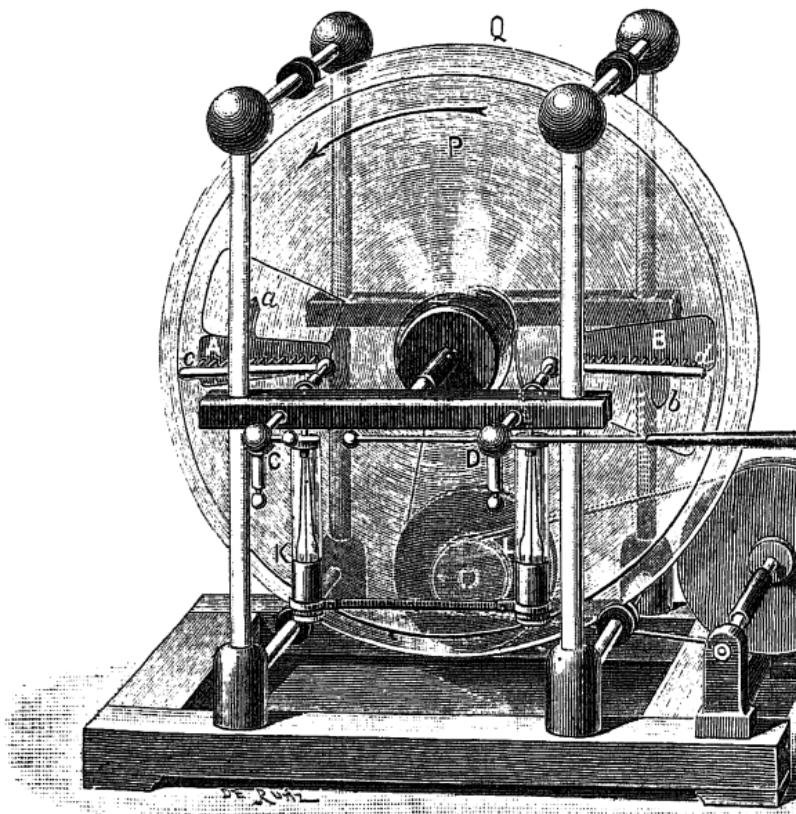
En général, pour le fonctionnement de cette machine, on met le pôle inférieur en communication avec le sol; grâce au cylindre, l'autre pôle possède une capacité notable et sa charge s'échappe par étincelles lorsqu'on approche de celui-ci un conducteur relié au sol.

Afin d'obtenir des décharges plus fortes, des étincelles plus brillantes, on peut faire communiquer chaque pôle avec l'une des armatures d'un condensateur K.

7. Machines de Holtz. — Machines de Töpler. — Un peu avant l'apparition des appareils que nous venons d'examiner, un préparateur d'une Université allemande, Holtz, inventait plusieurs machines très remarquables par leur débit et la grandeur de la différence de potentiel que l'on pouvait obtenir entre leurs pôles. Nous décrirons plus connue d'entre elles.

Une fois les inducteurs fortement chargés d'électrostatiques, le fonctionnement de cette machine est identique à celui d'une machine Carré. Mais ce qui la caractérise, c'est que la charge des inducteurs est produite et entretenue par le jeu même de la machine. Pour cela, les inducteurs portent une pointe de carton a et b qui traverse une ouverture

Fig. 68.

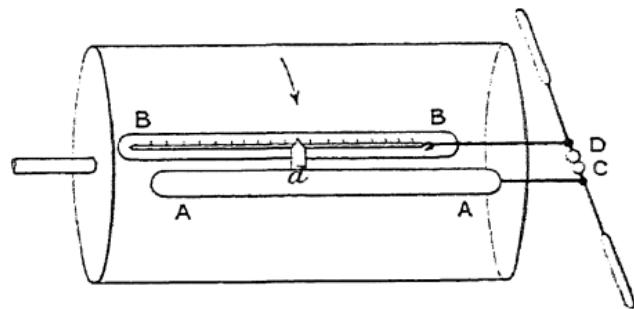


le plateau fixe et vient effleurer le plateau mobile un peu des peignes, dans le sens de la rotation.

Pour pouvoir représenter plus commodément les charges électrostatiques sur les deux faces de la partie tournante

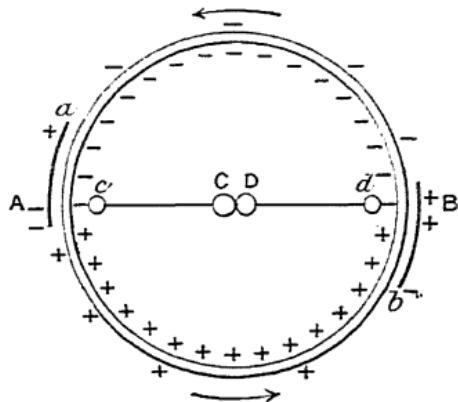
Pour *amorcer* une machine, c'est-à-dire pour charger ses conducteurs, on met les pôles C et D en contact, et l'on fait tourner le cylindre dans le sens de la flèche, c'est-à-dire en sens inverse à celui des pointes; on charge l'un des inducteurs A avec une plaquette d'ébonite bien frottée, sans toucher à l'autre inducteur. L

Fig. 69.



charge négative de A agit par influence sur le système des deux conducteurs $cCDd$: l'électricité positive s'écoule par la pointe c et est entraînée par le cylindre dans la partie inférieure; l'électricité négative s'écoule par la pointe d et est entraînée par le cylindre dans la partie supérieure. Arrivée devant la pointe b c

Fig. 70.

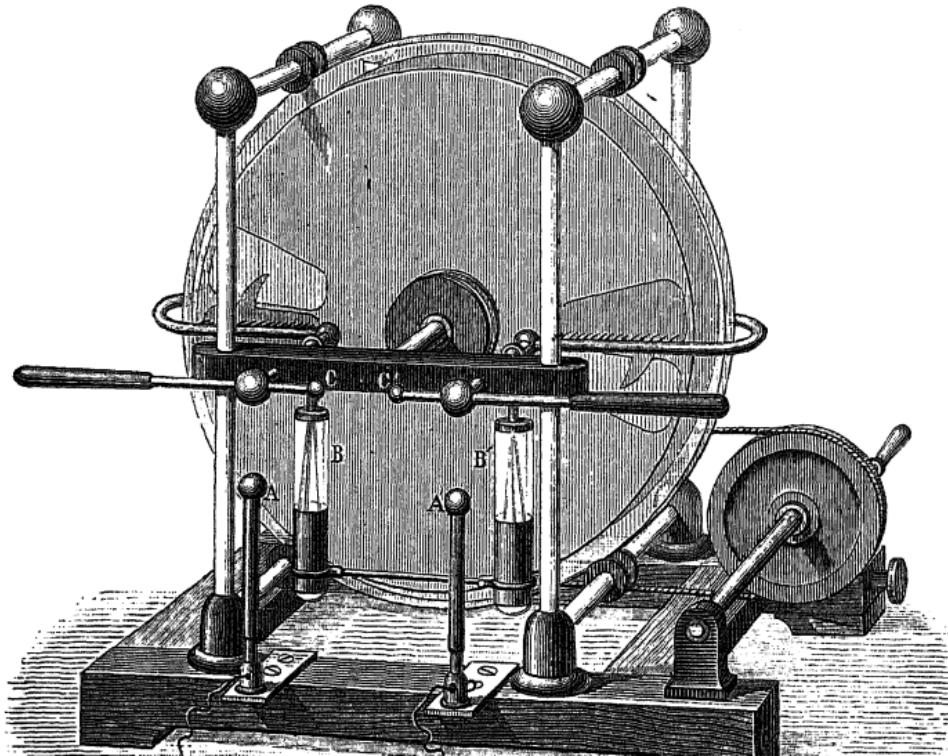


caractéristique indique que la machine est amorcée. On peut alors séparer les pôles, dont la charge se produit comme dans la machine Carré.

On n'obtient pas ainsi entre les pôles d'étincelles brillantes, mais des aigrettes, parce que, la capacité de ces pôles étant très faible, ils sont très rapidement chargés à la différence de potentiel nécessaire pour que l'étincelle éclate entre eux ; celle-ci n'emportant qu'un très peu d'électricité est très grêle ; les pôles déchargés par l'étincelle sont immédiatement rechargés par le jeu de la machine. Il en résulte des myriades d'étincelles très grêles qui constituent l'aigrette.

Il est facile de montrer qu'en augmentant la capacité des pôles

Fig. 71.



Pour produire des étincelles très puissantes on fait commiquer chacun des pôles de la machine de Holtz avec les armures d'un condensateur.

Il existe des machines de Holtz à quatre plateaux, deux fixes et munis d'inducteurs et deux mobiles; c'est, en somme, une machine double. Les peignes sont en forme de mâchoires embrassant l'ensemble des quatre plateaux (fig. 71).

Töpler a construit aussi un certain nombre de machines électrostatiques remarquables, dont l'une est tout à fait semblable à la machine de Holtz à quatre plateaux; il n'y a qu'un seul plateau fixe, mais chaque inducteur est muni de deux pointes tournées vers chacun des plateaux mobiles, ce qui revient au même.

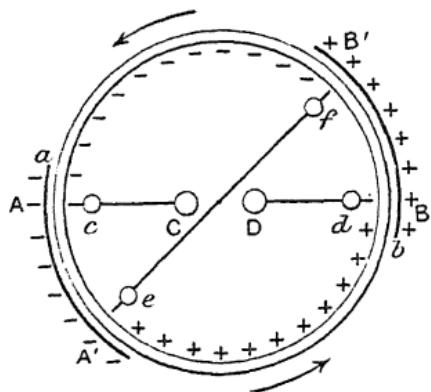
Lorsque les pôles des machines que nous venons de décrire sont trop écartés, il peut arriver que le système se désamorce. Il arrive même quelquefois qu'il se réamorce en sens contraire : les signes des pôles sont intervertis. Ces phénomènes s'expliquent de la manière suivante :

Supposons que les deux conducteurs soient chargés à refus, ce qui a lieu quand le potentiel de chacun d'eux est égal à celui de l'inducteur correspondant, car le champ étant nul entre celui-ci et le peigne qui lui fait face, il ne se produit plus d'écoulement d'électricité par les pointes. Les électricités disparaissant à la partie interne du cylindre, la charge des inducteurs n'est plus entretenue ; elle diminue alors par conductibilité et finit par s'annuler.

Quand la machine est pourvue de condensateurs, par suite d'une grande capacité donnée ainsi aux pôles, leur potentiel peut devenir supérieur, en valeur absolue, à celui de l'inducteur opposé, lorsque la charge de celui-ci a diminué; le champ entre l'inducteur et le peigne étant alors l'inverse du champ primitif.

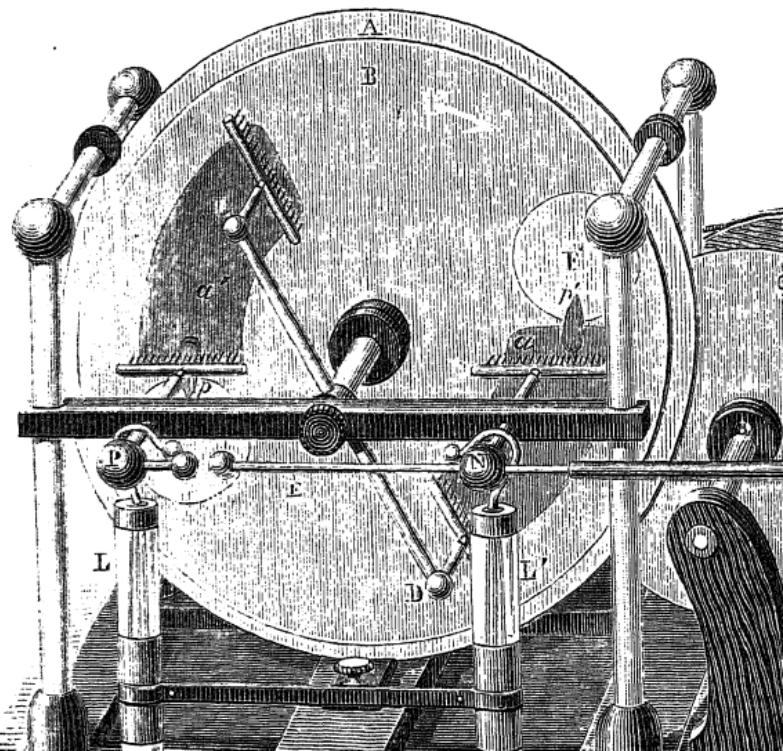
environ de la circonférence; les peignes *c* et *d* reliés sont en face des extrémités A et B qui portent les poi-

Fig. 72.



ceux du conducteur diamétral en face des autres extrémités B' des inducteurs. L'effet de ce conducteur diamétral

Fig. 73.



En outre, si un trop grand écartement des pôles empêche l'écoulement par les peignes *c* et *d*, l'écoulement se fait par les peignes *e* et *f* et la charge des inducteurs est entretenue.

Nous avons dit que les inducteurs d'une machine de Holtz sont en papier; le choix de cette substance tient à ce qu'elle n'est ni tout à fait isolante, ni tout à fait conductrice. Si les inducteurs étaient en substance isolante, les phénomènes d'influence qui sont nécessaires pour produire la charge des inducteurs n'auraient pas lieu; s'ils étaient conducteurs, la machine se désamorcerait immédiatement dès qu'on l'arrêterait, car l'électricité des inducteurs circulerait par les pointes *a* ou *b* et disparaîtrait aussitôt.

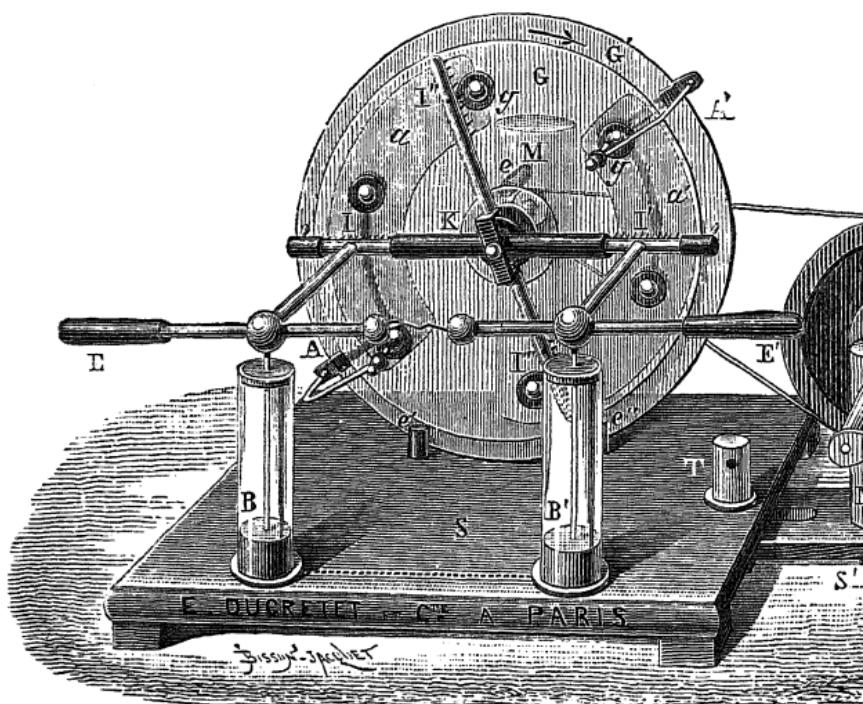
Pour faciliter l'amorçement des machines de ce genre, M. Duretet leur adjoint une petite machine à frottement (*fig. 73*) : c'est un plateau de verre de faible dimension qui frotte entre deux oussins et passe devant l'un des inducteurs, auquel il communique une charge positive par suite des petites étincelles qui ont lieu.

8. Machines à influence s'amorçant d'elles-mêmes. — Il nous reste à étudier un groupe de machines à influence caractérisées par le fait qu'elles s'amorcent d'elles-mêmes. Nous avons déjà rencontré une d'elles, le replenisher (Chap. IV, n° 7); la théorie du fonctionnement que nous en avons donnée convient à toutes les machines que nous allons passer en revue.

9. Machine de Voss. — La machine électrique du physicien allemand Voss est une machine de Holtz dans laquelle l'amorçement se fait de la même manière que dans le replenisher. Elle se compose (*fig. 74*) de deux disques de verre, l'un fixe *G'*, l'autre mobile *G*. Le disque mobile *G* porte un certain nombre de saillies *a*, *a'*, formant boutons, dont la surface est rendue conductrice.

deux peignes I et I' reliés aux pôles de la machine. extrémités des inducteurs sont reliées à des tiges m et A' qui se replient, contournent le bord des disques et se terminer par des balais frottant sur les boutons p

Fig. 74.



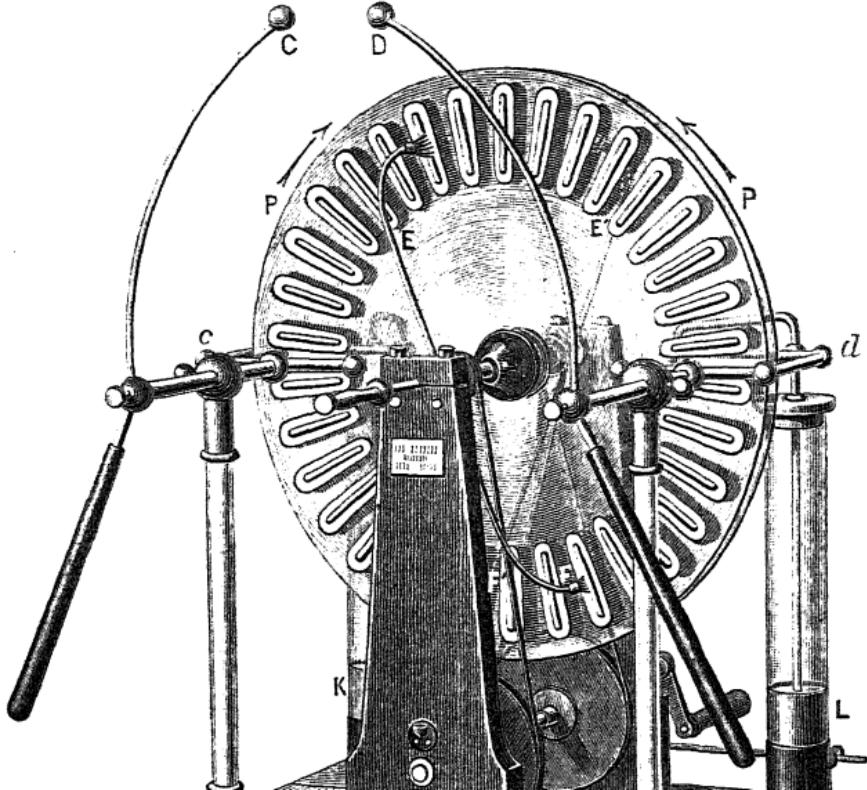
rotation. Les pôles sont reliés aux armatures des de sateurs B et B' pour augmenter leur capacité.

Supposons qu'il y ait une dissymétrie électrique entre les inducteurs : l'un par exemple possède une charge positive et l'autre est à l'état neutre. Alors, au deux boutons sont en contact avec les balais du conducteur, l'inducteur chargé agit par influence, deux petites d'électricité égales et de signes contraires se distribueront aux extrémités du conducteur diamétral influencé, et par suite signes contraires les deux boutons. Ceux-ci entraîneront

produit par une dissymétrie électrique des inducteurs ; seulement dans la machine de Holtz, la dissymétrie et, par suite, les charges doivent être plus fortes, parce que la décharge des parties influencées s'effectue par aigrettes, ce qui nécessite une notable différence de potentiel ; tandis que, dans la machine de Voss, cette décharge s'effectue par conductibilité à l'aide des balais et, par suite, ne nécessite qu'une différence de potentiel extrêmement faible : il faudrait une symétrie absolue dans l'état électrique de la symétrie qui n'existe jamais, pour que la machine de Voss n'amorçât pas d'elle-même quand on tourne le plateau.

10. Machine de Wimshurst. — Dans la *machine de Wimshurst*

Fig. 75.

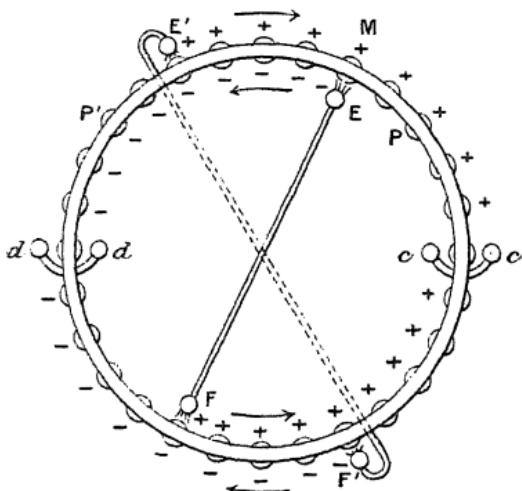


nant autour d'un même axe, mais en sens inverses ; du côté opposé à l'autre plateau, un grand nombre de surfaces métallisées et en saillie, comme les boutons de Voss. Pendant la rotation, les boutons diamétrallement opposés sont réunis pendant un instant par un conducteur muni de balais métalliques. Il y a un conducteur dans chaque plateau EF, E'F', et ils sont inclinés chacun sur la verticale, en sens contraire du sens de rotation correspondant. Deux peignes en forme de fer à cheval brassent les plateaux aux deux extrémités du diamètre et sont reliés aux pôles C et D de la machine. Des contacts K et L augmentent la capacité de ces pôles.

Pour expliquer le fonctionnement de cette machine, nous placerons les plateaux par des cylindres coaxiaux dans le sens contraires et portant chacun, à la surface opposée au cylindre, des bandes métalliques à saillies parallèles et opposées (fig. 76).

Le système présente forcément une dissymétrie

Fig. 76.



sur le cylindre intérieur P. Quand ces charges du cylindre intérieur arrivent vis-à-vis des balais de l'autre conducteur diaméral E'F', les bandes en contact avec ces balais se chargent par influence et entraînent de l'électricité positive pour les bandes supérieures et négative pour les bandes inférieures. Les actions dues à ces nouvelles charges s'ajoutent et, les phénomènes d'influence devenant de plus en plus accentués, au bout d'un temps très court, les charges des bandes deviennent considérables. Dans la mâchoire *cc* arrivent les bandes des deux cylindres chargés positivement et, dans la mâchoire *dd*, les bandes chargées négativement; les charges passent, par l'intermédiaire des pointes, sur les pôles correspondants C et D.

Lorsque les charges deviennent assez fortes, le verre lui-même s'électrise, comme dans une machine de Holtz, et participe d'action.

Par suite de la présence des conducteurs diamétraux, il n'y a pas lieu de mettre les pôles en contact pour amorcer la machine.

A dimensions égales, le débit d'une machine de Wimshurst est un peu inférieur à celui d'une machine de Holtz; mais la machine de Wimshurst a l'avantage de fonctionner, même par les temps humides, sans être séchée avec soin, condition indispensable au bon fonctionnement d'une machine de Holtz.

11. Réversibilité des machines électriques. — Si les machines électriques nécessitent du travail pour fournir des énergies contraires sur leurs pôles (indépendamment des résistances de rottement à vaincre), comme nous l'avons vu à propos du repliisher (Chap. IV, n° 8), elles peuvent réciproquement fournir du travail si, inversement, on charge leurs pôles d'électricité de noms contraires à l'aide d'une autre machine, par exemple l'expérience suivante la montre :

Holtz fonctionne donc comme moteur, l'autre machine générateur. C'est là un exemple de transport de force électrique; seulement, le travail que l'on peut recueillir est trop faible pour pouvoir être utilisé industriellement.

12. Charge d'un conducteur isolé. — Nous allons tenant comment on doit se servir des machines électriques pour charger un conducteur.

Si les pôles sont réunis chacun à un conducteur, on sentent la même différence de potentiel que les pôles. En particulier où l'on veut électriser un corps isolé, on voit que, si C est la capacité du système qu'il forme avec la pièce et V la différence de potentiel qu'il présente, sa charge est $M = CV$; on obtient donc le maximum lorsque la différence de potentiel V est maximum. Pour charger le conducteur au maximum avec une machine, on doit le relier à l'un des pôles et mettre l'autre en communication avec les parois de la pièce, c'est à dire mettre au sol.

Dans les anciennes machines à frottement, type R, par exemple, l'un des pôles est toujours en communication avec le sol. Pour charger le conducteur, il suffit donc de relier le pôle isolé de la machine.

Avec les machines modernes à deux pôles isolés, il ne faut pas oublier de relier l'un des pôles avec le sol. L'influence de la communication peut être mise en évidence comme suit: si l'on électrise un plumet de papier au moyen d'une machine à deux pôles isolés; les brins de papier divergent aussitôt, et l'on voit ensuite qu'en mettant au sol le deuxième pôle la divergence est nettement plus importante.

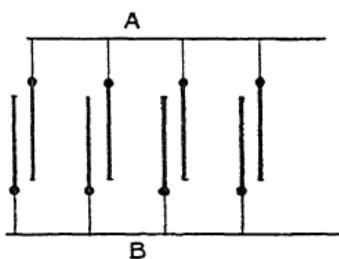
n déchargeant le condensateur chargé par l'une ou l'autre manière (¹).

Pour charger un condensateur avec les machines à un seul pôle isolé, comme la machine de Ramsden, on donnait autrefois une règle suivante : faire communiquer l'une des armatures avec le sol, puis l'autre avec le pôle de la machine. Cela revient à la règle précédente, car la première armature communique par l'intermédiaire du sol avec le pôle non isolé. On constate du reste que, si le sol est isolant, la charge du condensateur ainsi obtenue est insignifiante.

14. Disposition en batterie. — Disposition en cascade. — On peut employer deux dispositions pour charger à la fois plusieurs condensateurs : la disposition en *batterie* et la disposition en *cascade*.

Dans la disposition en batterie, on fait communiquer une armature de chaque condensateur avec un même conducteur A, les autres armatures avec un conducteur B (fig. 77), et l'on re

Fig. 77.



respectivement ces deux conducteurs aux deux pôles de la machine.

On obtient ainsi la même différence de potentiel V entre les armatures de chacun des condensateurs; soient C_1, C_2, C_3 , les deux capacités, et M_1, M_2, M_3 les valeurs absolues de la charge

$$M = M_1 + M_2 + \dots = (C_1 + C_2 + \dots)V;$$

la batterie se comporte donc comme un condensateur unique dont la capacité C serait égale à la somme des capacités des condensateurs qui la composent :

$$C = C_1 + C_2 + \dots$$

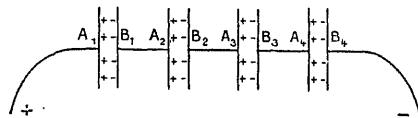
En particulier, si la batterie se compose de n condensateurs identiques, on a

$$C = nC_1 \quad \text{et} \quad M = nC_1V;$$

la charge totale de la batterie est égale à n fois celle d'un condensateur unique.

Dans la disposition en cascade, chaque condensateur est isolé; la première armature A_1 de l'un est reliée à l'un des pôles d'une machine; la seconde B_1 est reliée à la première armature A_2 du condensateur suivant, dont la seconde armature B_2 communique avec l'armature A_3 d'un troisième condensateur, et ainsi de suite; la dernière armature B_4 est reliée à l'autre pôle de la machine (fig. 78).

Fig. 78.



Supposons que ce soit le pôle positif qui communique avec A_1 . Cette armature prend une charge positive $+M$; d'où une charge $-M$ sur l'autre armature B_1 . Le système B_1A_2 étant isolé, en vertu de la loi de la conservation de l'électricité, l'armature A_2 prend une charge égale et de signe contraire à B_1 , c'est-à-dire une charge $+M$, et ainsi de suite; chaque armature possède une charge égale à M en valeur absolue. Si l'on désigne par C_1, C_2, \dots

verre). Faisons remarquer que, les décharges des condensateurs étant très pénibles à recevoir, pour éviter tout accident, il sera prudent, s'il y a communication de l'un des pôles avec le sol, de faire toucher d'abord à l'excitateur l'armature correspondante.

... les différences de potentiel entre les armatures, on a

$$M = C_1 V_1 = C_2 V_2 = C_3 V_3 = \dots$$

La différence de potentiel des pôles est

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

En particulier, si les condensateurs sont identiques,

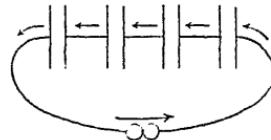
$$C_1 = C_2 = C_3 = \dots$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = \dots$$

$$V = n V_1.$$

réunissons alors les armatures extrêmes, séparées au préalable des pôles de la machine; il se produit dans le circuit une décharge dans le sens de la flèche (fig. 79) et, entre chaque couple d'arma-

Fig. 79.



ges reliées métalliquement, une décharge de même sens.

Avec la disposition en cascade, on peut faire passer dans la décharge une quantité d'électricité M égale à celle que donnerait un condensateur unique, mais avec une chute de potentiel n fois plus grande (nV); au contraire, avec la disposition en batterie, on peut écouler une quantité nM avec une chute V .

La cascade et la batterie répondent à deux problèmes différents : faire écouler une grande quantité d'électricité avec une faible chute de potentiel (batterie); faire écouler une petite quantité d'électricité avec une grande différence de potentiel (cascade). Faisons remarquer, en effet, que lorsqu'on met en communication les armatures d'un condensateur avec les pôles d'une machine, celles-ci ne peuvent pas, en général, atteindre la tension de potentiel maximum que peuvent présenter les pôles; car les différences de potentiel maximum données par les machines sont considérables, et avant que la différence de po-

de celles-ci se combinerait en perçant le diélectrique, et en mettant ainsi hors d'usage le condensateur. On ne peut donc dépasser une certaine limite V pour la différence de potentiel, lorsqu'on emploie un seul condensateur ou plusieurs disposés en batterie. Au contraire, avec la disposition en cascade, on peut atteindre une limite n fois plus grande et utiliser ainsi toute la différence de potentiel qu'une machine électrostatique est capable de fournir.

15. Historique de la condensation électrique. — Diverses formes de condensateur. — La condensation électrique a été découverte par hasard, en 1745, par un évêque de Poméranie, von Kleist. Ce physicien voulait électriser de l'eau contenue dans un flacon de verre, et, à cet effet, il avait plongé dans le liquide une tige métallique qu'il approcha du pôle isolé d'une machine électrique dont l'autre pôle communiquait avec le sol, en tenant le flacon à la main. Ayant voulu retirer la tige, il vit une vive étincelle éclater entre sa main et la tige et reçut une violente secousse. L'explication du phénomène est simple : la main qui tenait le flacon formait l'une des armatures d'un condensateur, dont le verre était le diélectrique, et dont l'autre armature était la surface de l'eau qui mouillait le verre en face de la main ; les deux armatures étaient reliées aux pôles de la machine, l'une par la tige métallique, l'autre par l'intermédiaire du sol. En approchant sa seconde main de la tige pour retirer celle-ci, l'opérateur fit communiquer par son corps les deux armatures du condensateur chargé.

Cette expérience resta d'abord ignorée ; l'année suivante, elle fut refaite, encore par hasard et dans des conditions identiques, au laboratoire du professeur Musschenbroeck, à Leyde, par un de ses élèves, Cuneus. Musschenbroeck voulut la répéter et se servit d'un vase de verre à parois très minces ; la secousse qu'il reçut ainsi fut si violente, qu'en racontant le fait à Réaumur, il lui écrivit qu'" il crut que c'en était fait de lui et qu'il ne voudrait pas recommencer pour la couronne de France ".

Malgré la frayeur qu'elle avait causée à Musschenbroeck, l'expérience devint bientôt à la mode en France, où elle fut surtout vulgarisée par l'abbé Nollet. On reconnut ainsi que l'on peut di-

en communication avec le pôle isolé de la machine, que l'eau
t être remplacée par un conducteur quelconque, enfin que la
charge est plus intense avec les verres les plus minces. Bevis
stitua à l'eau des feuilles d'or chiffonnées et colla extérieure-
ment une feuille d'étain. Depuis, on a tapissé intérieurement le
re avec des feuilles d'étain que l'on met en communication par
moyen quelconque, feuille de clinquant ou fil de métal, avec
l'intérieur. Cette disposition, en augmentant la surface des arma-
tures, augmente la capacité du condensateur. La *bouteille de*
Leyde (fig. 80), telle qu'on l'emploie de nos jours, était con-
uite.

Fig. 80.



Comme on obtient des décharges d'autant plus intenses que la
surface des armatures est plus grande, on a été amené à employer
des bocaux à large ouverture que l'on appelle *jarres électriques*.
La réunion de plusieurs jarres, dont les armatures internes sont
unies entre elles par des tiges métalliques, et dont les armatures
externes sont réunies par une feuille de papier d'étain, qui tapisse
intérieurement la boîte contenant les bocaux, constitue une *bati-
erie*.

Il est important que le verre des bouteilles de Leyde soit bien
épais, sinon les charges des armatures se combineraient lente-
ment et le condensateur se déchargerait spontanément. C'est sur-
tout par sa surface que le verre peut conduire, lorsque celle-ci est
humide; il faut donc que le verre employé soit aussi peu hygro-
scopique que possible.

Pour éviter le dépôt d'humidité, on protégeait autrefois la
surface extérieure du verre, au-dessus de l'armature intérieure, par
une couche de cire d'Espagne. Aujourd'hui, on emploie de préfér-
ence

Pour maintenir le conducteur intérieur qui sert à la communication, on se servait autrefois d'un bouchon de liège enduit de cire d'Espagne. Il vaut mieux employer un bouchon d'ébonite ou d'une substance formée par un mélange de plâtre séché au four et de résine (pécite); l'isolement est beaucoup meilleur.

Les condensateurs employés pour augmenter la capacité des pôles des machines de Holtz, de Voss, de Wimshurst, etc., sont, en général, formés de deux bouteilles dont les armatures extérieures communiquent entre elles, tandis que les armatures internes sont reliées respectivement aux pôles de la machine; c'est une disposition en cascade.

CHAPITRE VII.

DÉCHARGES ÉLECTRIQUES. — ÉNERGIE ÉLECTRIQUE.

1. **Décharge électrique ou courant électrique.** — Le passage de l'électricité d'un corps à un autre ou un déplacement d'électricité quelconque a reçu le nom de *décharge électrique*, ou encore de *courant électrique*.

On peut expliquer tous les phénomènes en supposant qu'une des deux électricités reste en place et que l'autre seule se déplace. On a admis, pour les définitions, que l'électricité négative ne bougeait pas et que l'électricité positive seule voyageait. On appelle alors *sens du courant* ou de la décharge le sens dans lequel se déplace l'électricité positive, et *intensité du courant* le quotient $\frac{1}{t}$ de la quantité d'électricité positive dM qui traverse une section d'un corps à travers lequel se fait la décharge dans le temps infinitésimement petit dt par ce temps.

L'intensité ainsi définie est, en général, la même au même moment en tous les points d'un conducteur parcouru par la décharge, en vers ses extrémités libres; mais c'est une quantité qui peut varier avec le temps. C'est ainsi qu'en réunissant par un conducteur les armatures d'un condensateur chargé, l'intensité dans le conducteur, grande au premier moment, tombe rapidement à zéro. Quand une décharge se fait à travers un corps conducteur, elle est dite *conductrice*; quand elle a lieu à travers un diélectrique ou forme d'étincelle, on la dit *disruptive*.

2. **Chaleur produite dans un conducteur traversé par une décharge.** — Quand un courant ne varie pas avec le temps, comme c'est le cas pour les courants obtenus en réunissant les deux pôles d'une pile par un fil conducteur, on peut démontrer aisément, en immergeant le fil dans un calorimètre, qu'il y a une quantité de

est donnée par la relation

$$(1) \quad Jq = r i^2 t,$$

où t représente la durée de passage du courant, J l'équivalent mécanique de la chaleur, i l'intensité du courant et r la *résistance* du conducteur. Nous verrons plus loin quelle est la définition de la résistance, ainsi que la manière dont on peut mesurer i (Chap. X, n° 6). Disons seulement ici que la résistance d'un conducteur cylindrique homogène de longueur l , de section droite s , est donnée par

$$(2) \quad r = \rho \frac{l}{s},$$

relation où ρ représente une quantité qui ne dépend que de la nature du conducteur et que l'on appelle la *résistance spécifique* ou *résistivité* de la substance. Cette quantité, très faible pour les métaux, est beaucoup plus considérable pour les liquides conducteurs et devient presque infinie pour les corps dits *isolants*.

La relation (1) représente la *loi de Joule*. Il ne paraît guère doutous *a priori* que cette loi s'applique aussi aux courants d'intensité i variable, c'est-à-dire que l'on a

$$(3) \quad Jq = \int r i^2 dt.$$

Nous verrons du reste plus loin (Chap. X, n° 8) une démonstration de cette relation.

Si l'on considère r comme une constante, c'est-à-dire si l'on néglige les variations de résistance dues à la variation de température produite dans le conducteur par la décharge, on a

$$(4) \quad Jq = r \int i^2 dt.$$

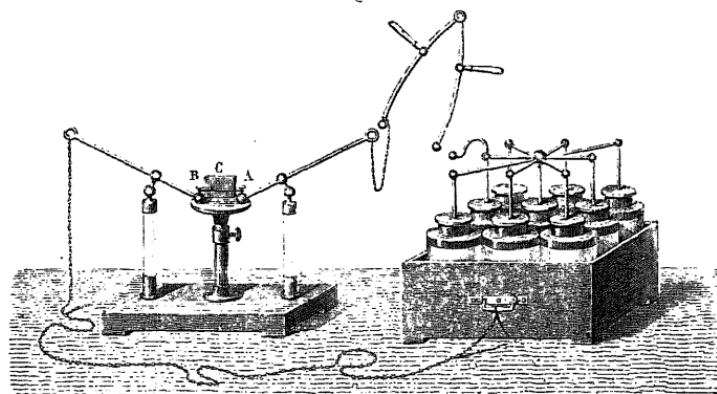
Toutes les conséquences des relations (3) ou (4) se trouvent vérifiées par l'expérience.

On voit par la relation (4) que, l'intégrale étant la même pour toutes les portions du circuit, la quantité de chaleur créée dans une partie quelconque est proportionnelle à sa résistance. Cette

clar que ce qui peut faire la quantité de chaleur dégagée dans un fil fin est plus considérable que celle produite dans les conducteurs de diamètre plus fort d'un même circuit. Remarquons, en outre, que la capacité calorifique du fil fin par unité de longueur est plus faible; par suite, pour une même quantité de chaleur dégagée, l'élévation de température est plus grande que celle des gros fils. Pour cette double raison, l'élévation de température d'un fil fin est beaucoup plus grande que celle d'un gros fil quand ils sont traversés par la même décharge.

On peut mettre le phénomène en évidence en faisant passer la décharge d'une batterie (*fig. 81*) dans un fil d'or excessivement

Fig. 81.



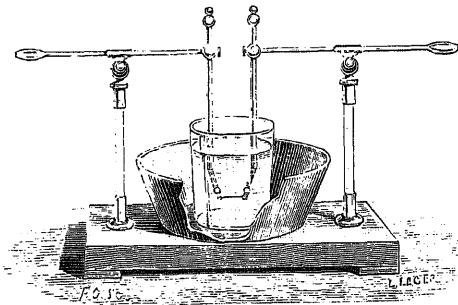
fin⁽¹⁾). En appliquant le fil sur une feuille de papier qui sert de support, on observe, après la décharge, une trace brune due à la volatilisation de l'or, tandis que les gros conducteurs de laiton qui complètent le circuit traversé par la décharge se sont à peine chauffés.

Lorsqu'on fait la même expérience avec un fil de platine immergé dans l'eau (*fig. 82*), la vaporisation du fil produit une force élastique colossale et presque instantanée. Il en résulte un choc si brusque sur le liquide que le verre qui le contient est brisé. Cette expérience est connue sous le nom de *torpille électrique*.

(1) On prend ce qu'on appelle dans le commerce du *galon d'or*, c'est-à-dire un fil de soie recouvert d'un fil d'or très fin. Les expériences se font aussi bien avec le galon d'argent.

produits par la foudre (¹).

Fig. 82.



3. **Énergie électrique.** — Nous avons vu, à propos de la description du replenisher (Chap. IV, n° 7), que l'on peut charger un condensateur plan d'une manière réversible et isotherme; il est évident que ce que nous avons dit pour la charge d'un condensateur plan s'applique à un condensateur quelconque. Le travail fourni pendant la charge par le moteur qui actionne la machine est représenté par

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2} \frac{M^2}{C},$$

où M est la quantité d'électricité du condensateur et C sa capacité; en vertu de la relation $M = CV$, où V est la différence de potentiel des armatures du condensateur, le travail peut être exprimé par

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2} MV = \frac{1}{2} CV^2.$$

Pour maintenir sa température constante, il peut se faire que le système ait pris ou cédé une certaine quantité de chaleur Q au milieu environnant; la variation d'énergie du système ΔU pendant la transformation est donc

$$\Delta U = JQ + \mathfrak{E},$$

(¹) Le fil de platine, pour se volatiliser, doit être environ de un dixième de millimètre de diamètre, sur une longueur d'à peu près 2^{cm}.

étant l'équivalent mécanique de la chaleur. La variation d'énergie d'un système étant indépendante de la manière dont s'est effectuée la transformation, pour une même charge, à la même température, la variation d'énergie d'un même condensateur est même.

Pendant longtemps, on a cru que la quantité Q de chaleur nécessaire pour maintenir la température constante est nulle ou tout au moins négligeable. M. Pellat, en s'appuyant sur les lois de la Thermodynamique, a montré, il y a quelques années, qu'il n'en est pas ainsi et a donné l'expression suivante de Q :

$$JQ = \frac{1}{2} MV \frac{T}{C} \frac{dC}{dT},$$

où T est la température absolue du condensateur. Cette relation montre que la quantité Q ne serait nulle que si la capacité du condensateur était indépendante de la température; or, il n'en est pas ainsi généralement, à cause des dilatations et surtout à cause de la variation du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique avec la température.

On a donc, en remplaçant JQ et ϵ par leur valeur dans l'expression de ΔU ,

$$\Delta U = \frac{1}{2} MV \left(1 + \frac{T}{C} \frac{dC}{dT} \right).$$

La valeur du terme correctif est loin d'être négligeable : dans une expérience faite par MM. Pellat et Sacerdote, où l'on a mesuré la variation du pouvoir inducteur spécifique et la dilatation de l'ébonite, les expérimentateurs ont trouvé, pour $\frac{T}{C} \frac{dC}{dT}$, la valeur -28; la correction était donc, dans ce cas, de plus d'un quart. Lorsqu'on décharge un condensateur en réunissant métalliquement ses deux armatures, toute l'énergie du système se transforme en énergie calorifique, et il faut, pour le ramener à l'état initial, enlever la quantité de chaleur créée q donnée par

$$Jq = \frac{1}{2} MV \left(1 + \frac{T}{C} \frac{dC}{dT} \right);$$

le terme $\frac{1}{2} MV \frac{T}{C} \frac{dC}{dT}$ dépend des propriétés du diélectrique et de la surface des armatures; il est donc très probable que la quantité

et à la surface des armatures, dans cette hypothèse, la quantité de chaleur dégagée dans le circuit qui réunit les armatures équivaut à $\frac{1}{2} MV$. Aussi, nous conserverons à cette expression ($\frac{1}{2} MV$) le nom d'*énergie électrique*, qu'on lui donne habituellement, en nous rappelant que ce n'est pas l'augmentation d'énergie à température constante due à la charge d'un condensateur, mais la quantité d'énergie calorifique que l'on peut recueillir ou utiliser dans le circuit extérieur pendant la décharge du condensateur.

Considérons un système de conducteurs A_1, A_2, \dots situés à l'intérieur d'une enceinte conductrice, soient M_1, M_2, \dots leurs charges et V_1, V_2, \dots l'excès de potentiel qu'ils présentent sur l'enceinte. On démontre que l'augmentation d'énergie du système, lorsqu'il passe de l'état non électrisé à l'état actuel, a pour expression

$$\Delta U = \frac{1}{2} \sum M V - \frac{T}{2} \frac{\partial(\Sigma M V)}{\partial T},$$

en posant, pour abréger,

$$\Sigma M V = M_1 V_1 + M_2 V_2 + \dots$$

Dans l'expression $\Sigma M V$, V seul est fonction de la température T .

Si l'on décharge le système, en faisant communiquer les corps A_1, A_2, \dots avec l'enceinte, la quantité d'énergie calorifique créée dans les communications est

$$J q_1 = \frac{1}{2} \Sigma M V.$$

Aussi appelle-t-on la quantité $\frac{1}{2} \Sigma M V$ l'*énergie électrique* du système.

La quantité $J q_2 = \frac{T}{2} \frac{\partial(\Sigma M V)}{\partial T}$ est la quantité d'énergie calorifique créée ou détruite au même moment dans le diélectrique ou à la surface des conducteurs.

4. Expériences de Riess. — Nous venons de voir que la quantité de chaleur produite par la décharge d'un condensateur dans

circuit qui réunit les armatures est donnée par

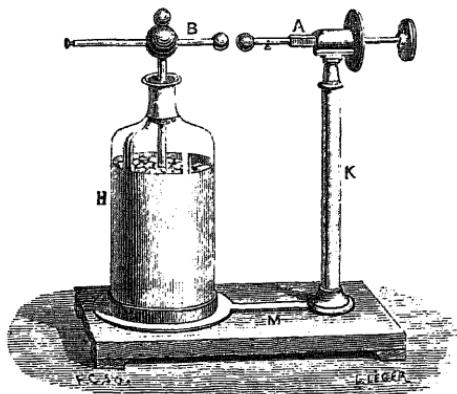
$$J q_1 = \frac{1}{2} \frac{M^2}{C} = \frac{1}{2} M V = \frac{1}{2} C V^2.$$

Il résulte de là que, 1^o pour un même condensateur, ou pour des condensateurs de même capacité, cette quantité de chaleur est proportionnelle au carré de la charge ou de la différence de potentiel; 2^o pour une même charge communiquée à différents condensateurs, elle est inversement proportionnelle à leur capacité; 3^o pour une même différence de potentiel entre leurs armatures, elle est proportionnelle à leur capacité.

Ces lois ont été établies expérimentalement par le physicien allemand Riess. Dans ses expériences, le rapport des charges communiquées aux condensateurs était déterminé au moyen de la bouteille électrométrique de Lane, dont nous allons d'abord donner la description et indiquer l'usage.

La bouteille de Lane (fig. 83) est une bouteille de Leyde

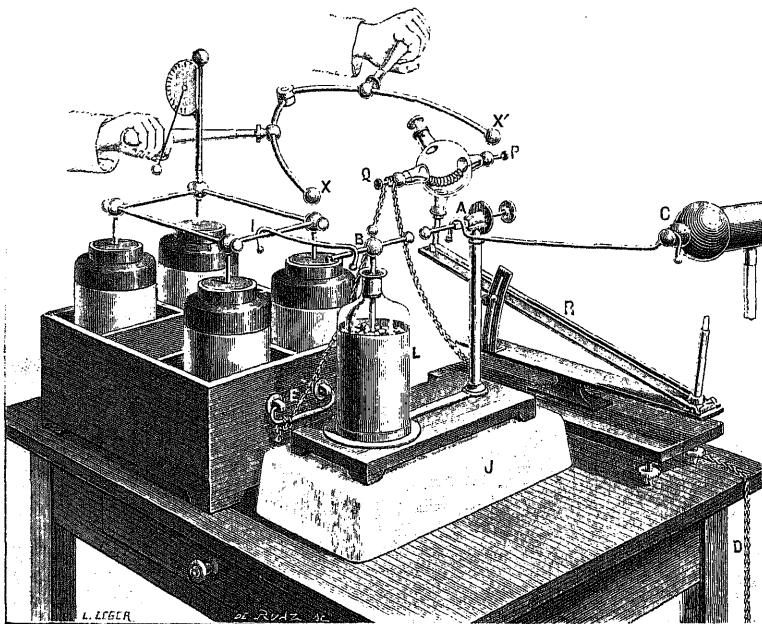
Fig. 83.



qui a l'armature externe communiquée avec un bouton métallique A que l'on peut rapprocher plus ou moins de la boule B de l'armature interne. Pour une distance donnée des boules A et B, l'éclat de la bouteille, qui éclate entre elles lorsqu'on charge la bouteille, se produit toujours pour la même différence de potentiel des armatures, celle qui correspond à la distance explosive AB. Isolons la bouteille de Lane et reisons une de ses armatures au pôle positif, par

tures d'un condensateur dont la seconde armature communique à l'autre pôle de la machine, soit directement, soit par l'intermédiaire du sol (fig. 84); lorsque la machine fonctionne, l'arma-

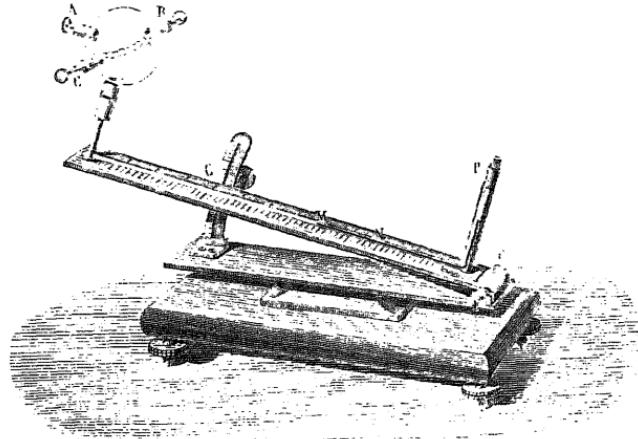
Fig. 84.



ture L se charge positivement, et, par influence, B prend une charge égale, mais négative, tandis que l'armature correspondante du condensateur I prend une charge positive égale; à mesure que la charge augmente, la différence de potentiel entre les armatures de la bouteille de Lane va en augmentant jusqu'à ce qu'elle corresponde à la différence de potentiel explosive entre les boules B et A . Soit alors m la charge des armatures; la quantité $+m$ passe de A à B et neutralise la charge $-m$ de cette dernière armature; il reste donc une charge $+m$ sur l'armature du condensateur I . Il en est de même à chaque étincelle; la charge du condensateur I est donc en définitive proportionnelle au nombre des étincelles qui ont éclaté entre les boules de la bouteille de Lane.

ées par la décharge, Riess a employé un appareil qui a reçu le nom de *thermomètre de Riess*; il est constitué (fig. 85) par un fil de platine long et fin, roulé en hélice et placé à l'intérieur d'un ballon de verre; deux bornes B et C permettent d'introduire ce fil dans un circuit. Le ballon de verre complètement clos communique avec un canal légèrement incliné, dont l'extrémité P se

Fig. 85.



redresse et débouche à l'air libre; ce canal renferme une colonne liquide M. Quand on insère le fil de platine dans le circuit de décharge d'un condensateur, la quantité de chaleur dégagée dans le fil échauffe le gaz du ballon et fait rétrograder la colonne liquide d'une quantité proportionnelle à l'élévation de température du gaz, et, par suite, à la quantité de chaleur créée dans le fil fin; or cette quantité q' est sensiblement égale à la quantité de chaleur totale q créée dans les conducteurs qui réunissent les armatures, parce que la résistance du reste du circuit est négligeable devant celle du fil de platine. Il y a, il est vrai, production d'une étincelle, mais elle est très petite et dégage très peu de chaleur. En tout cas, on peut admettre, sans grande erreur, que q est proportionnel à q' , et, par conséquent, au déplacement de la colonne liquide.

Riess a constaté que, pour un même condensateur, le déplacement de la colonne liquide pendant la décharge est propor-

c'est-à-dire que la quantité de chaleur dégagée par la décharge d'un condensateur est proportionnelle au carré de sa charge. Prenant ensuite des batteries constituées par des nombres différents de bouteilles identiques, il les chargeait avec un même nombre d'étincelles de la bouteille de Lane; il a constaté que la quantité de chaleur dégagée est inversement proportionnelle au nombre des bouteilles. Il en résulte, puisque la capacité de la batterie est proportionnelle au nombre des bouteilles, que, à charge égale, la chaleur créée dans la décharge d'un condensateur varie en raison inverse de sa capacité.

Les quantités de chaleur créées dans la décharge sont toujours les mêmes, quels que soient les conducteurs qui réunissent les armatures, pourvu toutefois que la décharge ne produise pas de travail mécanique. Il y a bien, il est vrai, production d'un travail mécanique dans l'étincelle qui accompagne forcément toute mise en communication des armatures d'un condensateur chargé, mais quand l'étincelle éclate dans l'air, ce travail, qui donne lieu à la production du bruit de l'étincelle, est insignifiant.

5. Décharge continue. Décharge oscillante. — Lorsque la décharge d'un condensateur s'effectue dans un circuit résistant, elle est continue; c'est-à-dire que l'intensité du courant de décharge descend uniformément jusqu'à zéro. Au contraire, si la résistance du circuit est très faible, la décharge est oscillante; c'est-à-dire que le sens du courant change un grand nombre de fois, l'intensité passant par un même nombre de maxima séparés par des valeurs nulles, les maxima étant de plus en plus faibles jusqu'à devenir nuls. Ces courants alternatifs seraient périodiques n'étant l'affaiblissement qu'ils éprouvent. La durée de la pseudo-période T (c'est-à-dire, par exemple, la durée qui sépare deux maxima consécutifs de même sens), est donnée par l'expression

$$T = \pi \sqrt{LC},$$

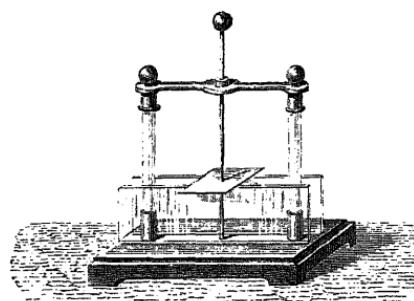
où L est le *coefficient de self-induction* du circuit (¹) et C la ca-

(¹) Voir, pour la définition de L et pour la démonstration de cette formule, *l'Induction électrique*, t. II.

5. **Décharges disruptives.** — La décharge entre deux conducteurs se faisant à travers l'isolant qui les sépare produit un trait de feu, une étincelle, et l'isolant est percé. On a donné le nom *lectrodes* aux deux conducteurs entre lesquels éclate l'étincelle; l'électrode d'où part le courant s'appelle *anode* et l'autre *cathode*. Dans le trajet du courant à travers le diélectrique, il y a une quantité de chaleur dégagée qui peut être considérable, d'où une température très élevée des particules du diélectrique et des parafines arrachées aux conducteurs, qui deviennent lumineuses et constituent l'étincelle. Si le diélectrique est un gaz sous la pression atmosphérique, il devient conducteur grâce à la grande élévation de la température et, par suite, la décharge peut être brillante, si le reste du circuit présente une faible résistance. Dans le cas où la décharge traverse des gaz raréfiés, la résistance est considérable et il n'y a pas d'oscillations.

Pour montrer que le diélectrique est brisé par l'étincelle, il faut évidemment s'adresser à un diélectrique solide. Par exemple, on peut une lame de verre (fig. 86) entre deux pointes métalliques

Fig. 86.



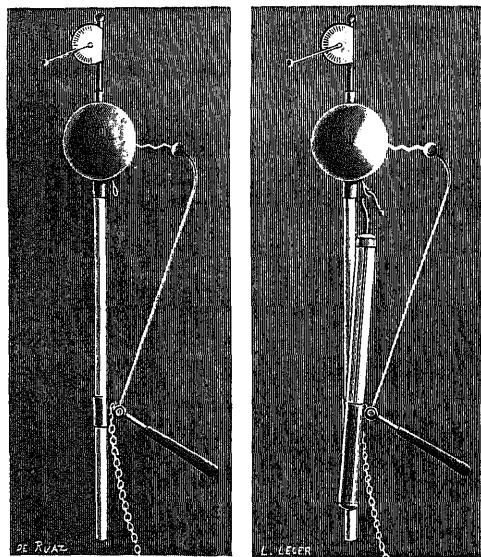
l'une communique avec l'armature extérieure d'une batterie; lorsque la charge de la batterie a atteint une valeur suffisante, on peut communiquer par un excitateur à manches de verre l'armature

celui-ci est percé (¹).

La chaleur dégagée par l'étincelle peut enflammer des corps combustibles ou des mélanges détonants : on connaît son emploi en Chimie pour effectuer les combinaisons dans l'eudiomètre.

7. De la longueur de l'étincelle. — La longueur de l'étincelle qui peut éclater entre deux conducteurs déterminés dépend de leur différence de potentiel et non des quantités d'électricité dont ils sont chargés. L'expérience suivante met ce fait en évidence. Le conducteur supérieur d'une machine Carré (fig. 87) est muni

Fig. 87.



d'un électromètre de Henley (²). On place à une distance fixe le

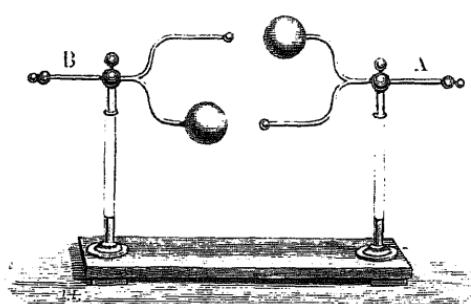
(¹) Pour faire avec succès cette expérience, il est bon de noyer la pointe supérieure dans un diélectrique liquide tel que l'essence de térbenthine, on évite ainsi que l'étincelle ne contourne la lame de verre.

(²) Ce petit appareil consiste en une tige conductrice A placée sur le conducteur C dont on veut apprécier l'excès de potentiel sur les parois de la pièce où l'on opère. Cette tige A porte une paille pouvant tourner très librement, dans un plan vertical, autour d'un axe placé à une de ses extrémités. L'autre extrémité de celle-ci porte une balle de moelle de sureau. Quand le conducteur C est chargé,

ducteur qui constitue l'autre pôle de la machine, après l'avoir é au sol par une chaîne. L'étincelle éclate entre ces deux pôles sur une certaine déviation du pendule de l'électromètre, déviation qui dépend de l'excès de potentiel du pôle isolé sur les parois de la pièce, c'est-à-dire de la différence de potentiel des deux pôles. On met ensuite l'une des armatures d'un condensateur en communication avec le conducteur supérieur de la machine et l'autre armature avec le second pôle; on constate alors que l'étincelle a lieu pour une même divergence du pendule, c'est-à-dire pour une même différence de potentiel entre les électrodes; seulement dans le second cas l'étincelle est beaucoup plus forte, la quantité d'électricité qui passe étant plus considérable.

Pour une même distance, la différence de potentiel explosive dépend de la forme des électrodes. On ne connaît pas de lois générales pour ce phénomène. Citons seulement la remarque suivante : entre deux sphères conductrices de diamètres inégaux la

Fig. 88.



différence explosive est plus grande si la petite sphère sert d'anode si elle sert de cathode.

On peut le montrer avec deux électrodes bifurquées portant chacune une grande et une petite sphère (*fig. 88*), la distance entre les sphères est la même dans les deux branches; lorsque A est

tige A et la balle de sureau se chargent de la même électricité; la balle est éaussée par la tige A et la paille forme avec la verticale un certain angle mesuré par un demi-cercle gradué. Cet angle est d'autant plus grand que l'excès positif ou négatif du potentiel du conducteur sur les parois de la pièce est plus considérable. En effet, la charge de la tige et de la balle de sureau augmente avec l'excès de potentiel.

elle passe au contraire dans la branche supérieure si A est relié au pôle négatif.

Beaucoup de savants ont étudié la distance explosive qui correspond à une différence de potentiel déterminée. Nous allons donner ici les résultats obtenus par MM. Bichat et Blondlot, qui sont d'accord avec ceux trouvés par M. Baille. L'étincelle éclatait entre deux sphères de cuivre ayant chacune 1^{cm} de diamètre.

Distance explosive.	Différence de potentiel en unités électrostatiques C. G. S.
0,1	16,1
0,2	27,5
0,4	47,7
0,6	64,9
0,8	77,0
1,0	84,7
1,5	97,8
2,0	104,5

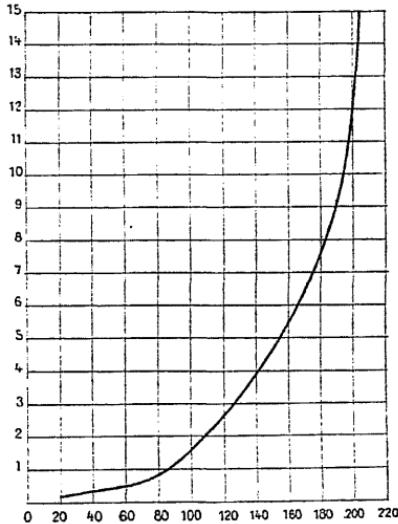
D'après les expériences relatives faites avec des électrodes sphériques de 3^{cm} de diamètre par M. Mascart, le Tableau se continue ainsi :

Distance explosive. cm	Différence de potentiel.	Différence.
2	104,5	
3	124	19,5
4	141	17
5	153	12
6	164	11
7	173	9
8	181	8
9	187	6
10	192	5
11	196	4
12	199	3
15	206	7

Il résulte du Tableau précédent que l'augmentation de la diffé-

nce de potentiel explosive avec la distance est de moins en moins forte; si l'on construit une courbe en portant les différences de potentiel en abscisses et les distances explosives en ordonnées (fig. 89), on observe un relèvement rapide de la courbe qui semble

Fig. 89.



monter vers une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées. Il est probable que la distance explosive devient énorme pour des différences de potentiel peu supérieures à celles que nous pouvons obtenir.

Pour des milieux différents interposés entre les électrodes, la différence de potentiel explosive correspondant à une même distance est plus grande s'il s'agit d'un solide que s'il s'agit d'un liquide et plus grande dans ce cas que pour les gaz.

Pour ceux-ci, elle dépend de la nature du gaz, de sa pression et de sa température.

8. Influence de la température. — La différence de potentiel V nécessaire pour qu'une étincelle éclate dans un gaz entre deux électrodes de distance invariable diminue quand la température élève, et l'on a à peu près la relation

$$V(1 + \alpha t)^2 = \text{const.}$$

Pour illustrer ce résultat, il suffit de faire une expérience avec l'élévation de température, il suffit de placer un bœuf de gaz allumé au-dessous des deux électrodes : on observe que l'étincelle qui ne passe pas à froid passe aussitôt. Cette expérience explique le phénomène suivant : il arrive qu'après avoir eu quelque difficulté à obtenir une première étincelle entre deux conducteurs, les autres passent facilement ; c'est qu'en effet l'air est échauffé par la première étincelle et, par suite, la différence de potentiel explosive diminue.

9. Influence de la pression. — Les phénomènes dus aux variations de la pression sont particulièrement intéressants. La différence de potentiel explosive diminue avec la pression et les variations de ces deux grandeurs sont sensiblement proportionnelles tant que la pression ne s'écarte pas trop de la pression atmosphérique normale. Mais si l'on raréfie de plus en plus le gaz, on observe un minimum pour une valeur de la pression de l'ordre du millimètre de mercure ; au delà, la différence de potentiel explosive augmente de plus en plus quand la pression diminue. Masson a observé que, avec les raréfactions les plus grandes que l'on peut atteindre, l'étincelle préférerait traverser quinze à vingt centimètres d'air sous la pression atmosphérique plutôt que un millimètre dans le vide.

L'aspect de la décharge varie considérablement suivant le degré de raréfaction. Pour les pressions de quelques millimètres ou de quelques dixièmes de millimètre de mercure, on observe des phénomènes lumineux remarquables ; les tubes qui servent à ces expériences portent le nom de *tubes de Geissler*. Une lumière violacée entoure la cathode, tandis qu'un filet lumineux d'une couleur qui dépend de la nature du gaz (rose pour l'air ou l'hydrogène) semble partir de l'anode et se terminer un peu en avant de la cathode.

Cette lumière anodique présente pour certaines pressions des *stratifications*, c'est-à-dire des alternatives de lumière et d'obscurité régulièrement espacées, qui ont été étudiées en particulier par M. Crova. La distance de deux strates consécutives dépend du diamètre du tube ; elle augmente quand la pression diminue.

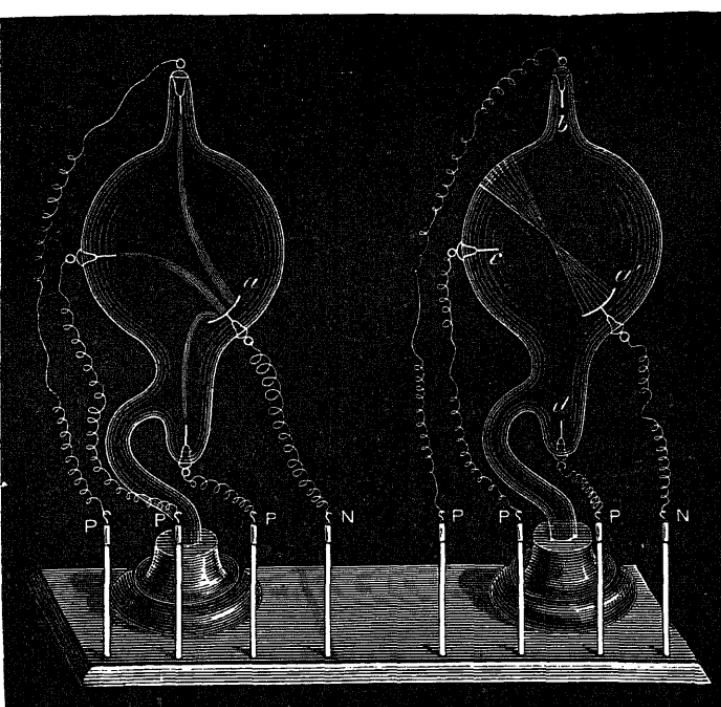
La lumière anodique est très riche en rayons ultra-violets et

suite très apte à produire des phénomènes de luminescence (phosphorescence ou fluorescence).

À mesure que le vide s'accentue, les phénomènes changent d'aspect : la lueur anodique recule du côté de l'anode et finit par paraître, la lumière violette qui entourait la cathode avance vers l'anode et disparaît à son tour ; le tube paraîtrait alors complètement sombre si les parois n'étaient devenues fluorescentes.

10. **Rayons cathodiques.** — À ce degré de raréfaction, il échappe de la cathode, et en ligne droite, quelque chose que l'on a appelé *rayons cathodiques* ; ces rayons excitent la lumi-

Fig. 90.



scence des corps luminescents qu'ils rencontrent : par exemple, la calcite placée à l'intérieur du tube s'illumine d'une fluorescence orangée, le rubis donne une fluorescence rouge, etc.

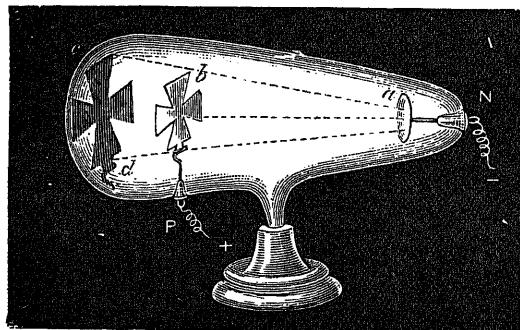
Les phénomènes remarquables dus aux rayons cathodiques ont

etc. classées pour la première fois par l'Américain Goldstein et vulgarisées plus tard par le physicien anglais Crookes. Les tubes dans lesquels la raréfaction est suffisante pour la production des rayons cathodiques sont souvent appelés *tubes de Crookes*.

La fluorescence due aux rayons cathodiques est indépendante de la position de l'anode, on peut le constater avec un tube dans la paroi duquel sont soudés plusieurs fils de platine, l'un d'eux servant de cathode, le phénomène observé est indépendant du fil pris comme anode (*fig. 90*, à droite); tandis qu'avec le degré de raréfaction des tubes de Geissler la même disposition donnerait autant de faisceau de lumière anodique qu'il y a d'anodes (*fig. 90*, à gauche).

Les rayons cathodiques se propagent en ligne droite. Crookes a montré cette propriété au moyen d'une ampoule (*fig. 91*) por-

Fig. 91.



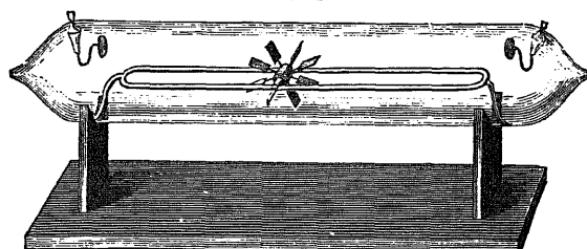
tant en face de la cathode *a* une croix d'aluminium *b*; la paroi de verre opposée à la cathode montre l'ombre de la croix d'aluminium; cette ombre occupe exactement la même place que celle que l'on observerait en remplaçant la cathode par un disque lumineux de même grandeur.

Les rayons cathodiques produisent des actions mécaniques. Pour le montrer on emploie un tube (*fig. 92*) muni d'un moulinet qui peut rouler sur deux petits rails; les ailettes supérieures sont seules frappées par les rayons cathodiques, et le moulinet se met en mouvement, comme s'il recevait un souffle de la cathode.

si, avec une cathode concave, les rayons convergent au centre courbure (fig. 90, à droite). En ce point, la température est élevée; si l'on y a placé une petite lame de platine, on la voit égir.

Les rayons cathodiques sont repoussés par un corps chargé négativement et attirés par un corps chargé positivement; il est

Fig. 92.



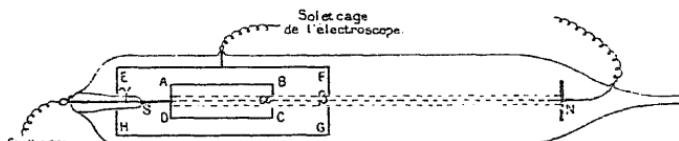
essaire, pour faire l'expérience, d'opérer avec un tube bien étanche, afin que ses parois ne forment pas écran électrique.

Les rayons cathodiques sont déviés par l'aimant comme un courant électrique qui irait de la partie anticathodique vers la cathode, c'est-à-dire comme un courant de matière chargée négativement et émanant de la cathode.

Les premiers physiciens qui ont observé les rayons cathodiques ont assimilés à des vibrations lumineuses émises par la cathode; d'autres ont cru qu'ils étaient plutôt produits par une matière émise par la cathode.

On doit à M. J. Perrin une expérience capitale qui met hors de doute l'exactitude de cette dernière hypothèse. Il a fait pénétrer

Fig. 93.



les rayons cathodiques à l'intérieur d'un cylindre de Faraday ABCD placé dans un tube de Crookes (fig. 93); un fil métallique soudé à S dans la paroi du tube faisait communiquer le cylindre avec les feuilles d'or d'un électroscopie; un cylindre métallique EFGH,

le sol et en outre servait d'anode. Un pinceau de rayons émanant de la cathode N pénétrait dans le cylindre et le chargeait négativement. Si, au moyen d'un aimant, on déviait le pinceau de rayons cathodiques de façon qu'il ne pénétrât plus dans le cylindre de Faraday, la déviation des feuilles d'or cessait de croître. Elle augmentait de nouveau si, l'aimant étant ôté, le pinceau de rayons cathodiques pénétrait à nouveau dans le cylindre de Faraday. Les rayons cathodiques emportent donc bien avec eux de l'électricité négative.

M. Villard a complété le travail de M. Perrin en montrant que la matière qui transporte l'électricité négative est probablement de l'hydrogène ou un produit de dissociation de l'hydrogène. Crookes avait observé que les parois d'un tube à vide sont très fortement chargées d'électricité positive et au même potentiel que l'anode, très différent d'ailleurs de celui de la cathode. D'après les expériences de M. Villard, presque tout l'intérieur du tube est au même potentiel que l'anode ; il en résulte que la chute de potentiel près de la cathode a lieu en quelques millimètres et que, par suite, le champ est très intense dans cette région. Les particules d'hydrogène partant des parois de verre du tube, chargées positivement et suivant les lignes de forces, se précipitent sur la cathode, prennent l'électricité négative de celle-ci et repartent normalement avec une très grande vitesse ; elles rebondissent sur les différents corps qu'elles rencontrent et excitent leur fluorescence ; elles reviennent ainsi aux parois du tube, où elles se rechargeant positivement. On s'explique bien ainsi le souffle qui part de la cathode.

Pour mettre en évidence la présence de l'hydrogène, M. Villard a eu recours à l'analyse spectrale ; il a observé très nettement le spectre de ce gaz au voisinage de la cathode. M. Villard a en outre montré la présence de l'hydrogène en utilisant ses propriétés réductrices ; ainsi, en plaçant un disque de cuivre oxydé en face de la cathode, on observe la réduction partout où frappent les rayons cathodiques. Ces rayons pénètrent dans le verre à une certaine profondeur et peuvent réduire les verres cuivreux à l'état de verres cuivreux, la coloration verte primitive est remplacée par une coloration rouge partout où ont frappé les rayons. Enfin, si le verre de l'ampoule contient du silicate de plomb, et

liberté de plomb. C'est ce qui explique le noircissement des ampoules qui ont servi un certain temps.

Il restait à chercher d'où provient l'hydrogène dans des tubes où l'on a fait le vide plusieurs fois après avoir laissé rentrer chaque fois de l'oxygène, par exemple, pour bien le laver. M. Villard a constaté que l'on ne peut pas, dans les circonstances habuelles, débarrasser complètement les parois de la vapeur d'eau qui y adhère; la décharge décompose cette vapeur d'eau et met ainsi de l'hydrogène en liberté. A l'appui de cette assertion, il a montré que si l'on élimine toute trace d'hydrogène, il n'y a plus production de rayons cathodiques. M. Villard a employé, à cet effet, un tube avec électrodes de mercure pour éviter les gaz occlus dans les électrodes solides, et il a fait le vide à la température d'ébullition du mercure; en prenant ces précautions, on n'observe plus d'hydrogène au spectroscope et il n'y a pas de rayons cathodiques.

11. Rayons de Roentgen, de Sagnac, de Becquerel. — Nous examinerons ce sujet en indiquant un dernier phénomène dû aux rayons cathodiques : la production de radiations nouvelles dont la nature nous est encore inconnue; ces radiations ont été découvertes par le professeur Röntgen à Würzbourg, et elles ont reçu le nom de *rayons de Röntgen* ou *rayons X*. Elles se produisent toutes les fois que les rayons cathodiques viennent à frapper une surface solide; la paroi de verre du tube de Crookes, par exemple, est le siège d'émission de rayons X; de même une palette d'aluminium ou de platine placée dans le tube et recevant les rayons cathodiques émet des rayons X.

Ces radiations peuvent sortir du tube où sont produits les rayons cathodiques et elles ont pu, par suite, être étudiées aisément. Leurs principales propriétés sont les suivantes :

1^o Elles excitent la luminescence des corps fluorescents et en particulier celle du platinocyanure du baryum. C'est d'ailleurs cette propriété qui les a fait découvrir par le professeur Röntgen : une ampoule de Crookes était enveloppée complètement par une boîte noire, et le tout placé dans l'obscurité, l'expérimentateur perceut alors de la lumière émise par un flacon contenant du platinocyanure de baryum situé à proximité.

lumière naturelle.

3^o En passant dans le voisinage des corps électrisés elles produisent leur décharge.

4^o Elles traversent des substances opaques pour la lumière, telles que le bois, les tissus, et d'une manière générale, les matières organiques; elles traversent encore certains métaux légers, l'aluminium par exemple. Il y a du reste absorption plus ou moins grande comme pour la lumière.

5^o Elles se propagent en ligne droite et n'éprouvent ni réflexion, ni réfraction, ni diffraction.

M. Sagnac a établi que lorsque les rayons X viennent frapper une surface solide, des rayons analogues mais plus absorbables prennent naissance; ces *rayons secondaires* (*rayons S*) peuvent par le même mécanisme en donner d'autres plus absorbables (*rayons tertiaires*), et ainsi de suite.

M. H. Becquerel a trouvé que l'uranium et ses sels émettent des radiations sans qu'il soit nécessaire qu'ils aient été au préalable frappés par la lumière ou par les rayons X, car l'émission a lieu même si ces corps ont été laissés dans l'obscurité pendant un temps excessivement long. Ces radiations jouissent des mêmes propriétés que les rayons X, mais elles sont plus facilement absorbables.

Depuis, M. et M^{me} Curie ont trouvé que le thorium produit les mêmes phénomènes que l'uranium et qu'il était le seul des corps simples à partager cette propriété avec l'uranium. Ces expérimentateurs ont aussi observé qu'un minéral, la *pechblende*, émet des radiations d'une grande intensité, que l'on ne peut expliquer par les traces d'uranium ou de thorium qui y sont contenues. Ils ont réussi à extraire de ce minéral deux nouveaux métaux actifs, le *polonium* et le *radium*: ce dernier métal a pu être isolé jusqu'à l'état de pureté; il est caractérisé par un spectre très distinct de celui du baryum, dont il se rapproche par beaucoup de propriétés.

Toutes les radiations que nous venons d'énumérer jouissent de propriétés communes; elles ne diffèrent des rayons X que par leur absorbabilité plus grande, et même cette différence n'est pas bien nette, car les rayons X obtenus avec des tubes dans lesquels la raréfaction n'est pas très poussée (*tubes mous*) sont identiques aux rayons secondaires de M. Sagnac.

diations, ou une partie seulement, sont des vibrations de l'éther, analogues à celles de la lumière, mais dont la durée de vibration est beaucoup plus faible, autrement dit, dont la longueur d'onde est beaucoup plus courte. Ceci explique, en particulier, pourquoi ces radiations ne subissent ni réflexion, ni réfraction, ni polarisation.

Nous laisserons de côté ce sujet, qui se rattache à l'Optique, pour nous occuper seulement de l'action de décharge produite par ces rayons sur les corps électrisés.

Pour mettre cette action de décharge en évidence, il suffit de charger un électroscopie à feuilles d'or et de faire agir à distance un tube de Crookes; on observe que les feuilles d'or se rapprochent tant que le tube de Crookes est en action. La décharge continue même un peu après que le tube a cessé de fonctionner, puis les feuilles d'or s'arrêtent, et elles ne se rapprochent de nouveau que si l'on actionne le tube. La découverte de la décharge des corps électrisés par les rayons X a été faite simultanément par MM. Benoist et Hurmuzescu en France, par M. H. dufour en Suisse (1896) et par M. Righi en Italie.

M. J. Perrin a étudié cette action de décharge, et il a établi que, pour que les rayons X déchargent les corps électrisés, il suffit qu'ils traversent les lignes de forces qui aboutissent à ces corps ou qui en partent.

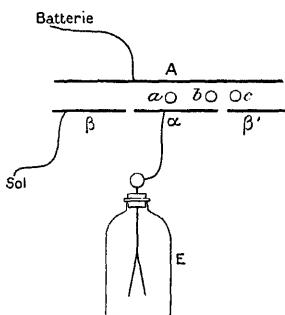
Plus généralement, il a démontré que si les rayons X traversent des lignes de forces qui réunissent deux surfaces conductrices électrisées, la différence de potentiel des deux surfaces diminue tend à devenir nulle.

L'expérience qui permet d'établir cette loi a été faite de la manière suivante :

Une plaque rectangulaire α est découpée dans l'une des armatures $\beta\beta'$ d'un condensateur chargé A $\beta\beta'$ (fig. 94). La partie $\beta\beta'$ est reliée constamment au sol, et la partie A est maintenue à un potentiel différent de celui du sol. Au début, la plaque α est réunie par un fil métallique à la partie $\beta\beta'$ qui l'entoure et dont elle n'est parée, d'ailleurs, que par un étroit intervalle; il s'ensuit que la distribution électrique est la même que si le plateau inférieur ait continu. La plaque α est, en outre, reliée d'une façon perma-

entre les deux plateaux, sans que ce faisceau les touche, normalement au plan de la figure. L'égalisation de potentiel entre A et α ,

Fig. 94.



accusée par l'écartement des feuilles d'or, est rapide lorsque le faisceau passe en α ou β . Elle devient pratiquement nulle, s'il passe en γ : le faisceau ne rencontre plus alors les lignes de forces qui se terminent à la surface de α .

M. Perrin a fait l'hypothèse suivante pour expliquer ces phénomènes : lorsque les rayons X traversent un gaz, même un gaz simple, celui-ci est *ionisé*, c'est-à-dire que sa molécule est décomposée en parties plus simples que l'on appelle des *ions* (comme dans les phénomènes d'électrolyse) ; les uns sont chargés positivement et les autres négativement. Les ions positifs, suivant la direction du champ, se déplacent le long des lignes de forces et vont trouver les surfaces chargées négativement dont ils élèvent le potentiel, tandis que les ions négatifs se déplacent en sens inverse et vont diminuer le potentiel des surfaces positives, et cela jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de lignes de forces, c'est-à-dire jusqu'à égalisation des potentiels. Cette hypothèse explique la décharge postérieure à l'arrêt du tube : les ions séparés pendant le fonctionnement du tube continuent à se déplacer lorsque l'action de celui-ci est interrompue, jusqu'à ce qu'ils aient rencontré un conducteur.

CHAPITRE VIII.

MESURES DES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL.

Les appareils qui sont employés pour mesurer les différences de potentiel portent le nom d'*électromètres*. On peut les diviser en deux groupes : les électromètres *absolus*, qui servent à la mesure des différences de potentiel en valeur absolue, et les électromètres *relatifs*, qui ont seulement pour but de déterminer le rapport des différences de potentiel.

Nous allons d'abord exposer un théorème qui nous sera utile pour établir la théorie de ces instruments.

1. **Théorème sur la déformation d'un condensateur.** — Considérons un système composé de deux surfaces conductrices à des potentiels différents, séparées par un milieu diélectrique qui peut être homogène ou hétérogène, mais qui n'est pas électrisé, l'une de ces surfaces conductrices formant écran électrique par rapport à l'autre ; autrement dit, considérons un condensateur chargé dont les deux armatures peuvent ne pas être très voisines. Si l'on tente à déformer ce condensateur, les forces électriques accompagneront un certain travail. On peut évaluer, d'après la variation de la capacité, la somme des travaux des forces électriques lorsque la déformation a lieu à charge constante.

Supposons les forces électriques constamment équilibrées par des forces mécaniques extérieures au système et que la déformation n'entraîne aucune variation de force vive ; dans ce cas le travail des forces extérieures, T , est égal et de signe contraire à celui des forces électriques, W ,

$$W = -T.$$

Faisons subir au système une transformation réversible, en em-

petit (voir Chap. IV, n° 1 et 3), la température étant maintenue constante; nous savons que, dans ces conditions, le travail des forces extérieures ne dépend que de l'état initial et de l'état final.

Prenons comme état initial celui où le condensateur n'est pas chargé et où sa capacité est C_1 ; comme état final celui où chaque armature du condensateur possède une charge M en valeur absolue, sa capacité étant en outre devenue C_2 .

Nous allons passer de l'état initial à l'état final par deux transformations différentes et écrire que, dans les deux cas, le travail des forces extérieures est le même.

Dans la première transformation, la forme du condensateur restant invariable, on lui communique une charge M par le jeu du replenisher. On a vu que le travail qu'il faut fournir a pour expression

$$\frac{1}{2} \frac{M^2}{C_1}.$$

On déforme ensuite le condensateur sans modifier la charge, pour l'amener à avoir une capacité C_2 ; pendant cette déformation les forces extérieures accomplissent un travail T .

Le travail total des forces extérieures pendant la transformation est donc

$$\frac{1}{2} \frac{M^2}{C_1} + T.$$

Dans la deuxième transformation, sans charger le condensateur, on le déforme de façon à lui donner la capacité C_2 qui correspond à l'état final; le travail des forces électriques et, par suite, celui des forces extérieures sont nuls. On communique ensuite au condensateur la charge M ; le travail total des forces extérieures pendant cette deuxième transformation se réduit à celui fourni au replenisher, qui est donné par

$$\frac{1}{2} \frac{M^2}{C_2}.$$

On a donc l'égalité

$$\frac{1}{2} \frac{M^2}{C_1} + T = \frac{1}{2} \frac{M^2}{C_2},$$

d'où :

$$T = \frac{1}{2} M^2 \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right).$$

et l'absolue et de signe contraire, on a

$$W = \frac{1}{2} M^2 \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} \right) = \frac{1}{2} M^2 \frac{C_2 - C_1}{C_2 C_1}.$$

Telle est l'expression du travail des forces électriques pendant une déformation réversible et isotherme à charge constante.

Si une partie du condensateur se déplace dans le sens même de la force électrique qui s'exerce sur elle, W est positif et, par suite, a, d'après la relation (1),

$$C_2 > C_1;$$

si, quand une pièce se déplace dans le sens de la force électrique, la capacité augmente : *les forces électriques tendent à former un condensateur dans le sens qui augmente sa capacité.*

Dans le cas d'une déformation infiniment petite, on peut poser

$$C_1 = C,$$

$$C_2 = C + dC;$$

et alors

$$dW = \frac{1}{2} M^2 \frac{dC}{C^2} = \frac{1}{2} V^2 dC,$$

appelant V la différence de potentiel des armatures.

Supposons que la déformation consiste en un déplacement de translation d'une partie du système; par exemple, une armature déplace parallèlement à elle-même de da dans une certaine direction. Projectons les forces électriques sur la direction du déplacement, et soit f la somme de ces projections; nous avons

$$dW = fda,$$

en remplaçant dans l'égalité précédente,

$$f = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{da}.$$

Cette relation permet de calculer f .

Pour avoir la valeur même de la résultante des forces électriques, on détermine $\frac{dC}{da}$ pour trois déplacements linéaires dans les directions rectangulaires.

siste uniquement dans la rotation infinité petite $d\alpha$ d'une partie du condensateur autour d'un certain axe; soit m le moment par rapport à cet axe des forces électriques agissant sur la partie mobile, on sait que

$$dW = m d\alpha,$$

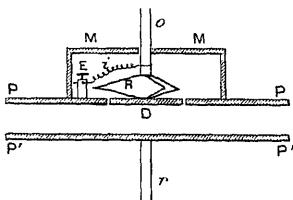
d'où

$$m = \frac{I}{2} V^2 \frac{dC}{d\alpha},$$

relation qui permet de déterminer m .

2. Électromètre absolu de Lord Kelvin et ses modifications. — Le premier électromètre absolu a été inventé par Lord Kelvin. Il se compose de deux plateaux métalliques circulaires parallèles P et P' (fig. 95 et 96) formant les armatures d'un condensateur, séparées

Fig. 95.



par de l'air. Lorsqu'une différence de potentiel existe entre les plateaux, il s'exerce des forces électriques qui tendent à les rapprocher; on a vu (Chap. IV, n° 12) que l'on a, entre la tension électrostatique τ , la densité superficielle σ , le champ φ , la différence de potentiel V et la distance e des deux plateaux, les relations

$$\tau = 2\pi\sigma^2, \quad 4\pi\sigma = \varphi = \frac{V}{e};$$

d'où l'on tire

$$\sigma = \frac{V}{4\pi e} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{V^2}{8\pi e^2}.$$

La tension qui s'exerce sur une surface limitée S d'un des plateaux (surface prise suffisamment loin des bords) est

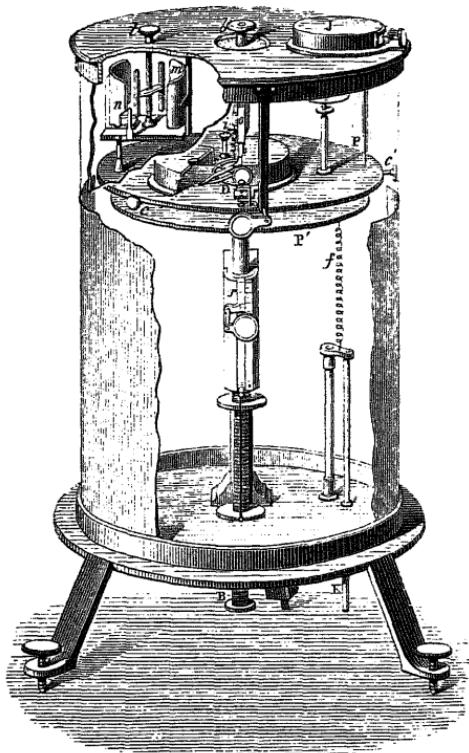
$$f = S\zeta = \frac{SV^2}{8\pi e^2};$$

où

$$V^2 = \frac{8\pi e^2 f}{S}.$$

Cette formule permet de calculer V si l'on a mesuré f , e et S .
Tel est le principe de l'appareil; voyons comment on l'a réalisé.

Fig. 96.



La partie centrale D du plateau supérieur P est détachée du reste sous forme d'un petit disque supporté par trois ressorts R en acier très minces, disposés à 120° l'un de l'autre et fixés à une tige o ; cette tige est commandée par une vis qui passe dans un écrou. Un fil métallique i très fin et très flexible relie le disque D à la partie

deux conducteurs au même potentiel. L'influence du petit silon qui sépare les deux parties du plateau est négligeable et l'on réalise ainsi un plateau dont la partie centrale est mobile et soutenue par un dynamomètre.

Pour qu'il n'existe de forces de tension qu'à la partie inférieure seule du disque mobile, il faut que sa partie supérieure ne soit pas électrisée; on réalise cette condition en recouvrant celui-ci par une boîte métallique MM reposant sur l'anneau de garde.

Afin de reconnaître que le disque est dans le plan de l'anneau de garde, position que nous appellerons la *position normale*, ce disque porte un cheveu tendu horizontalement dans une petite fourche; l'image du cheveu, donnée par un objectif fixé à l'anneau de garde, vient se faire entre deux pointes de vis (visibles en avant de la *fig. 96*), qui forment réticule; le tout est regardé à travers une loupe formant oculaire. On règle une fois pour toutes la position de ces vis pour voir l'image du cheveu entre leurs pointes quand le disque se trouve dans la position normale.

Enfin, le plateau inférieur P' peut se déplacer verticalement au moyen d'une vis micrométrique, ayant sa tête en B, et qui porte un tambour dont chaque division correspond à un déplacement du plateau égal à un centième de millimètre.

Pour se servir de l'appareil, on en fait la tare, c'est-à-dire que, toutes les parties étant au même potentiel, on place sur le disque mobile des poids marqués disposés bien symétriquement; les ressorts fléchissent, et l'on agit alors sur la vis supérieure de façon à ramener le disque dans la position normale. On enlève les poids, ce qui fait remonter le disque mobile au-dessus du plan de l'anneau de garde. Soient p la masse de ces poids en grammes et g l'intensité de la pesanteur; la force ainsi supprimée est pg .

La tare étant faite, on établit, entre les deux plateaux, la différence de potentiel à mesurer et l'on élève le plateau inférieur jusqu'à ce que le disque mobile ait repris sa position normale. La force de tension f produit alors sur le disque mobile le même effet que la force pg ; par suite on a $f = pg$ et d'après (1) :

$$V = e \sqrt{\frac{8\pi pg}{S}}.$$

déterminer la distance e des deux plateaux, on décharge le plateau inférieur; on note la position du plateau inférieur; puis on le soumet jusqu'à ce qu'il vienne s'appliquer contre le plateau supérieur; on note la nouvelle position; la différence des deux lectures donne e .

Cette manière d'opérer convient pour des différences de potentiel au moins 7 à 8 unités C. G. S.; si la différence à mesurer est faible (1 à 2 unités), il se présente une difficulté d'ordre pratique: il faut amener le plateau inférieur très près du disque mobile pour que celui-ci reprenne sa position normale; dans ces conditions l'équilibre est instable et le plateau mobile se précipite rapidement vers le plateau inférieur. Lord Kelvin a remédié à ce désavantage en ajoutant à la différence de potentiel qu'on veut mesurer, une différence auxiliaire constante et choisie de façon que la somme des deux ait la valeur qui convient à la mesure. Supposons qu'il s'agisse de mesurer la différence de potentiel v aux deux extrémités d'une pile de 300 éléments (soit environ 1 à 2 unités C. G. S.). On lui ajoute la différence de potentiel V' qui existe entre les armatures d'une bouteille de Leyde à charge constante; dans ces conditions, on mesure

$$V = V' + v$$

on a

$$V' + v = e_1 \sqrt{\frac{8\pi\rho g}{S}};$$

on supprime ensuite la pile, et l'on mesure V' , on a

$$V' = e_2 \sqrt{\frac{8\pi\rho g}{S}};$$

différence on obtient

$$v = (e_1 - e_2) \sqrt{\frac{8\pi\rho g}{S}}.$$

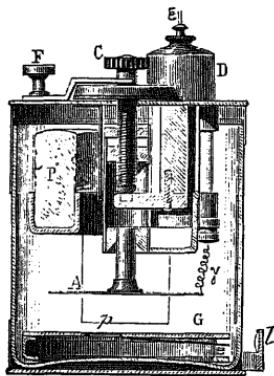
La quantité $e_1 - e_2$ est précisément le déplacement du plateau inférieur entre les deux opérations, mesurée directement par la vis strobométrique; il est donc inutile de rapprocher ensuite le plateau inférieur jusqu'au contact de l'anneau de garde pour mesurer la distance e_2 .

On peut aussi, dans la seconde opération, inverser les pôles de la pile; c'est alors $V' - v$ que donne la seconde mesure et par différence

$$2\varphi = (e_1 - e_2) \sqrt{\frac{8\pi p g}{s}}.$$

Pour que cette méthode donne des résultats exacts, il faut que la bouteille de Leyde ait exactement la même charge, c'est-à-dire la même différence de potentiel entre ses armatures pendant les deux mesures. L'enceinte même de l'électromètre sert comme bouteille de Leyde; pour cela, des feuilles d'étain constituant les armatures sont collées à l'intérieur et à l'extérieur de la cage de verre, laissant seulement les ouvertures nécessaires pour faire les pointés et les lectures à la vis micrométrique. L'armature intérieure communique d'une façon permanente avec l'anneau de garde et le disque mobile; l'armature extérieure avec le sol. C'est cette armature qu'on relie par l'intermédiaire de la pile étudiée au plateau inférieur. Ce condensateur est chargé au moyen d'un replenisher (inventé à cette occasion) (*m, n, t, fig. 96*). On constate la constance de la charge par une *jauge J*, c'est-à-dire par un petit électromètre de même espèce que celui que nous

Fig. 97.



venons de décrire, mais réduit à ses organes essentiels; les armatures de la bouteille de Leyde communiquent respectivement avec les plateaux de ce petit électromètre.

Lord Kelvin a donné plusieurs formes différentes à l'électromètre absolu. Il a fait construire un petit modèle portatif de 10^{cm} de hauteur environ (*fig. 97*) qui rend de grands services dans

l'étude de l'électricité atmosphérique. Il a fait construire aussi un grand modèle destiné à la mesure des grandes différences de potentiel (correspondant à 2^{em} ou 3^{em} d'étincelle).

Dans ce même but, MM. Abraham et Lemoine ont réalisé un appareil tout semblable en principe, mais beaucoup plus soigné.

MM. Péro et Fabry ont modifié l'électromètre absolu de Lord Kelvin d'une façon très originale. Leur instrument permet de mesurer avec précision des différences de potentiel de l'ordre de grandeur de celle fournie par un élément de pile, soit $\frac{1}{300}$ d'unité C. G. S. Les deux plateaux de l'appareil sont à $\frac{1}{10}$ de millimètre de distance, ils sont constitués par des lames de verre bien planes, argentées sur leurs faces opposées pour les rendre conductrices, mais assez transparentes encore pour permettre d'observer les franges d'interférence (¹) qui se forment entre elles. Ce procédé permet de juger de l'identité des positions dans deux opérations successives à $\frac{1}{10000}$ de millimètre près. C'est le plateau supérieur tout entier qui est supporté par les ressorts formant dynamomètre; avec une distance aussi faible les perturbations de la tension sur les bords du plateau ont un effet négligeable.

3. **Électromètre absolu de MM. Bichat et Blondlot.** — L'électromètre absolu de MM. Bichat et Blondlot repose sur un principe différent.

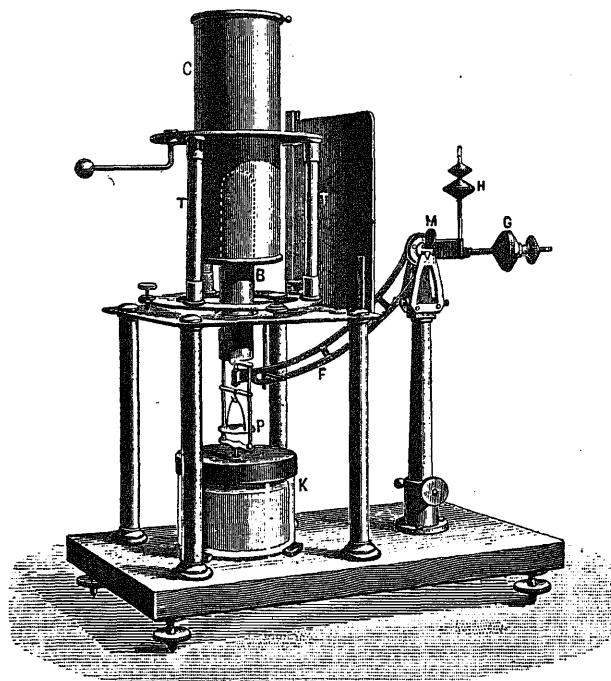
Un cylindre de laiton C (*fig. 98*), dont l'axe est vertical, est supporté par un trépied isolant T. A son intérieur est un cylindre mobile B ayant même axe et dont le rayon est notablement inférieur à celui du cylindre fixe. Ce cylindre mobile est terminé à sa partie supérieure, à peu près à mi-hauteur du cylindre fixe, par une sphère de même rayon. Il est porté par le fléau F d'une balance au moyen d'une suspension à la Cardan qui permet à l'axe de ce cylindre de rester vertical, quelle que soit l'inclinaison du fléau.

(¹) La partie brillante des franges d'interférence qui se forment entre deux lames de verre argentées est beaucoup plus étroite et mieux délimitée sur ses bords que dans le cas où les franges se forment entre deux surfaces de verre non argentées; aussi l'estimation des fractions de franges se fait avec beaucoup plus d'exactitude.

mité de ce fléau, permet d'établir l'équilibre (¹).

Comme nous allons le voir, si l'on établit une différence de potentiel entre les deux cylindres, le cylindre intérieur s'élève en faisant basculer le fléau. Pour rétablir l'équilibre, on met des poids dans un plateau P accroché au-dessous du cylindre mobile;

Fig. 98.



la connaissance de ces poids permettra d'évaluer la différence de potentiel.

Pour juger si le fléau occupe bien sa position primitive, on emploie la méthode optique de Poggendorff : le fléau porte, parallèlement à l'axe de rotation, un petit miroir M dont le déplacement angulaire est égal à celui du fléau ; en avant se trouve une règle

(¹) Deux autres masses peuvent se mouvoir le long d'une tige filetée, perpendiculaire au fléau ; elles ont pour but de régler la sensibilité par le déplacement du centre de gravité du système oscillant.

division dont l'image se trouve en coïncidence avec le fil du réticule. Remarquons tout de suite qu'il est inutile de parfaire l'équilibre de la balance avec de très petits poids : l'échelle à réflexion indique le nombre des divisions qui ont passé devant le réticule, ce qui permet de savoir, par une expérience préliminaire, quel est le poids qu'il faudrait ajouter dans le plateau, ou enlever, pour parfaire l'équilibre.

Enfin, un amortisseur à air K diminue rapidement l'amplitude des oscillations du fléau.

Lorsque l'on établit une différence de potentiel entre les deux cylindres, les forces électriques tendent à enfoncer le cylindre mobile à l'intérieur du cylindre fixe, c'est-à-dire à le faire monter ; on a vu, en effet (n° 1), que les forces électriques tendent toujours à augmenter la capacité du condensateur, dont les armatures sont ici les deux cylindres.

Désignons par p la masse exprimée en grammes qu'il faut mettre dans le plateau pour rétablir l'équilibre ; la composante verticale f de la force électrique qui agit sur le cylindre mobile est donnée par

$$f = pg.$$

Cherchons l'expression de cette force en fonction de la différence de potentiel V des deux cylindres. Si l'on soulève le cylindre intérieur d'une quantité infiniment petite da , il en résulte un accroissement infiniment petit dC de la capacité du système ; on a vu (n° 1) que la composante de la force électrique dans le sens du déplacement est donnée par

$$f = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{da}.$$

On a donc

$$pg = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{da}.$$

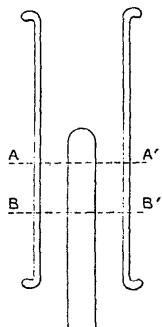
Évaluons $\frac{dC}{da}$ en fonction des dimensions des cylindres. Le cylindre mobile s'enfonce assez profondément dans le cylindre fixe pour que, dans la région comprise entre les plans AA' et BB' (fig. 99), la distribution électrique soit la même que si les deux cylindres étaient prolongés indéfiniment dans les deux sens. La

$$m = \frac{\alpha V}{2 \log \frac{R_2}{R_1}} \quad (1),$$

α étant la distance des deux plans AA' et BB', R_2 le rayon intérieur du cylindre fixe, et R_1 , le rayon du cylindre mobile.

La quantité m , d'électricité qui est distribuée à la surface du

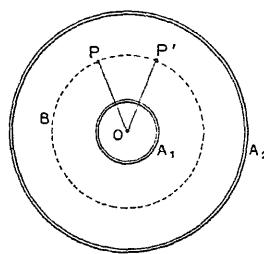
Fig. 99.



conducteur intérieur, au-dessus du plan AA' supposé fixé invaria-

(1) Voici comment on peut établir cette relation. Considérons le système formé par deux cylindres conducteurs A_1 et A_2 , de rayons R_1 et R_2 , ayant même axe (fig. 100) et d'une longueur indéfinie dans les deux sens. S'ils présentent une

Fig. 100.



différence de potentiel V , ils sont chargés chacun uniformément d'électricité de noms contraires. Pour fixer les idées, supposons le cylindre intérieur A_1 au plus haut potentiel; appelons σ la densité électrique sur ce cylindre. Par raison de symétrie les surfaces équipotentielles entre A_1 et A_2 sont des cylindres ayant même

de ce cylindre. Il en est de même de la quantité m_2 située au-dessous du plan BB' supposé invariable de position. La quantité totale d'électricité située à la surface du cylindre mobile est donc

$$M = \frac{\alpha V}{2 \log \frac{R_2}{R_1}} + m_1 + m_2$$

et la capacité du système a pour expression

$$C = \frac{M}{V} = \frac{\alpha}{2 \log \frac{R_2}{R_1}} + \frac{m_1 + m_2}{V}.$$

axe, et l'intensité du champ a la même valeur en tous les points d'un de ces cylindres. Cherchons cette intensité du champ φ pour un cylindre B de rayon r . Pour cela, considérons le volume compris entre deux plans OP et OP' passant par l'axe et faisant entre eux un angle α , deux autres plans perpendiculaires à l'axe Q et Q' situés à une distance α l'un de l'autre et la surface cylindrique B, pour lui appliquer le théorème de Gauss. Le flux d'induction se réduit au flux à travers la surface cylindrique B, qui est égal, en supposant le vide ou l'air entre les deux cylindres, à $\alpha r \alpha \varphi$, puisque pour tous les points des plans OP, OP', Q et Q' la direction du champ est contenue dans ces plans; la quantité d'électricité enfermée à l'intérieur de la surface se réduit à celle qui se trouve sur le cylindre conducteur A₁ entre les plans OP, OP', Q et Q', c'est-à-dire à $\alpha R_1 \alpha \sigma$. On a donc, en vertu du théorème de Gauss,

$$\alpha r \alpha \varphi = 4\pi \alpha R_1 \alpha \sigma;$$

d'où

$$\varphi = \frac{4\pi R_1 \sigma}{r}.$$

D'autre part, un rayon étant une ligne de forces, on a

$$\varphi = -\frac{dV}{dr};$$

d'où

$$-dV = 4\pi R_1 \sigma \frac{dr}{r}.$$

En intégrant cette expression entre les limites R₁ et R₂, il vient, pour la valeur absolue V de la différence de potentiel de A₁ et A₂,

$$V = 4\pi R_1 \sigma \log \frac{R_2}{R_1}.$$

La charge du cylindre intérieur A₁, égale du reste en valeur absolue à la charge du cylindre A₂ sur la même hauteur α , est donc donnée par

$$m = 2\pi R_1 \alpha \sigma = \frac{\alpha V}{2 \log \frac{R_2}{R_1}}.$$

perience, puisque, si V ne varie pas, m_1 et m_2 ne changent pas non plus; on a donc

$$\frac{dC}{da} = \frac{I}{2 \log \frac{R_2}{R_1}}.$$

Portons cette valeur dans l'équation qui donne la force électrique, il vient

$$p\varrho = \frac{I}{2} V^2 \frac{I}{2 \log \frac{R_2}{R_1}};$$

d'où

$$V^2 = 4 p\varrho \log \frac{R_2}{R_1}.$$

Il suffit donc de déterminer p pour avoir la valeur absolue de la différence de potentiel des cylindres, si l'on a mesuré une fois pour toutes les rayons R_2 et R_1 .

Cet appareil est extrêmement commode et tout à fait pratique pour mesurer des différences de potentiel comprises entre les valeurs qui correspondent à 1^{mm} et 2^{cm} à 3^{cm} d'étincelle; la limite supérieure est fixée par la distance même des deux cylindres, qui peut être franchie par l'étincelle si la différence de potentiel est trop forte.

4. Électromètre à quadrants. — Les électromètres relatifs, qui sont destinés à déterminer le rapport des différences de potentiel, sont beaucoup plus sensibles que les électromètres que nous venons de décrire; leur construction et leur emploi sont aussi plus simples. Nous parlerons seulement ici de l'électromètre à quadrants de Lord Kelvin, que nous avons déjà décrit (Chap. I, n° 12). La théorie pourrait en être faite d'une façon analogue à celle de l'électromètre de MM. Bichat et Blondlot, mais on peut aussi la présenter d'une façon plus élémentaire, comme nous allons le voir.

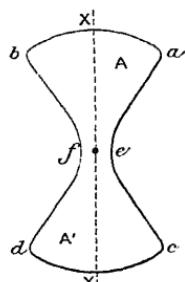
Nous nous proposons d'établir la relation qui existe entre l'angle de déviation de l'aiguille, à partir de sa position normale, et les différences de potentiel entre cette aiguille et les secteurs.

Désignons par V_1 le potentiel des secteurs impairs 1 et 3, par V_2 celui des secteurs pairs 2 et 4 et par V celui de l'aiguille.

normalement en tous les points de la surface de l'aiguille. Les forces qui agissent sur les parties planes et horizontales sont verticales, leur moment par rapport à l'axe de rotation de l'aiguille est nul; il en est de même des forces qui sont appliquées sur le pourtour circulaire de l'aiguille, *ab*, *cd* (fig. 101). Il reste donc les forces agissant sur les bords *ae*, *fd*; elles sont dans le plan même de l'aiguille ou ont du moins une composante horizontale.

Remarquons qu'à l'intérieur des secteurs les forces sont sensi-

Fig. 101.



blement les mêmes que si la boîte était fermée complètement; par suite, elles ne seront pas modifiées si l'aiguille est déviée d'une petite quantité.

Les forces de tension qui agissent sur les bords *ae* et *fd* donnent naissance à un couple qui tend à faire tourner l'aiguille dans un sens; les forces qui agissent sur les bords *ce* et *bf* forment un autre couple tendant à faire tourner l'aiguille en sens inverse; celle-ci obéit à la différence des deux couples. Nous allons calculer le moment de chacun d'eux.

La tension en un point des bords *ae* ou *fd* a pour expression $\tau = 2\pi\sigma^2$, la densité σ étant proportionnelle à la différence de potentiel $V - V_1$, de l'aiguille et des quadrants impairs 1 et 3. L'ensemble des composantes horizontales de ces forces de tension, et, par suite, le moment de leur couple C_1 , est donc proportionnel à $(V - V_1)^2$; en désignant par α_1 une constante, on a donc

$$C_1 = \alpha_1 (V - V_1)^2.$$

L'expression est analogue pour le moment du couple produit par les forces de tension agissant sur les bords *ce* ou *bf* situés à

pour moment

$$\alpha_1(V - V_1)^2 - \alpha_2(V - V_2)^2,$$

Il fait tourner l'aiguille d'un certain angle α ; le bifilaire subit une torsion jusqu'à ce que le couple de torsion réagissant soit égal au couple électrique. On peut admettre que le couple de torsion du bifilaire est proportionnel à l'angle de déviation α , si cet angle est petit, d'où, en désignant par C une constante,

$$(1) \quad C\alpha = \alpha_1(V - V_1)^2 - \alpha_2(V - V_2)^2.$$

Supposons $V_1 = V_2$ et $V \neq V_1$; dans ce cas, si la symétrie de l'appareil était parfaite, l'aiguille ne dévierait pas; mais, en général, il n'en est pas ainsi; aussi pour régler l'appareil déplace-t-on légèrement l'un des quadrants jusqu'à ce que la déviation de l'aiguille n'ait plus lieu pour des potentiels égaux des quatre secteurs. Dans ces conditions, on a

$$C\alpha = (\alpha_1 - \alpha_2)(V - V_1)^2 = 0;$$

d'où

$$(2) \quad \alpha_1 = \alpha_2.$$

Ainsi, quand l'appareil est réglé, on doit faire $\alpha_1 = \alpha_2 (= \alpha)$ dans la relation (1) qui devient

$$(3) \quad C\alpha = \alpha[(V - V_1)^2 - (V - V_2)^2] = \alpha(V_2 - V_1)[2V - (V_1 + V_2)];$$

d'où, en divisant par C les deux membres et représentant la constante $\frac{2\alpha}{C}$ par A , on a

$$(4) \quad \alpha = A(V_2 - V_1) \left(V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right).$$

Remarquons que la constante $A = \frac{2\alpha}{C}$ étant d'autant plus grande que C est plus petit, l'instrument est d'autant plus sensible que les fils du bifilaire sont plus longs, plus rapprochés et l'aiguille plus légère.

Dans ces calculs on a négligé les forces agissant sur les parties de l'aiguille e et f voisines de l'axe; mais dans cette région les forces de tension étant appliquées très près ont un moment très faible vis-à-vis de celui des forces considérées.

forces et qui est, par conséquent, plus correcte que la précédente :

$$(5) \quad \alpha = \frac{2\alpha(V_2 - V_1) \left(V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right)}{C - b(V_2 - V_1)^2}.$$

b est une constante très petite. Par suite, toutes les fois que la différence $V_2 - V_1$ est faible, la formule (5) se réduit à celle que nous avons établie. Mais la formule simple (4) cesse de convenir lorsque la différence $V_2 - V_1$ devient considérable.

Il existe trois cas particuliers usités dans la pratique et pour lesquels la formule générale (2) se simplifie.

1° On met l'aiguille en communication avec le conducteur A dont on veut mesurer le potentiel et l'on charge les quadrants en les mettant en communication avec les pôles d'une pile de 200 à 300 éléments, le milieu de la pile étant relié au sol (c'est-à-dire à une pièce métallique figurant le sol). On a :

$$(6) \quad \begin{aligned} V_1 &= -V_2 \\ \alpha &= 2AV_2V, \end{aligned}$$

la déviation est alors proportionnelle à l'excès V de potentiel de l'aiguille sur la pièce métallique P prise pour zéro de potentiel. Cet excès de potentiel V de l'aiguille varie, comme nous l'avons vu, de la même quantité que le potentiel du conducteur A et est égal à l'excès de potentiel de A sur le sol, si l'on néglige les différences de potentiel au contact et si P n'est pas isolé du sol.

D'après la relation (6), pour une même valeur de V , la déviation α est d'autant plus grande, l'appareil a d'autant plus de sensibilité, que V_2 est plus grand. Toutefois, si l'on se reporte à la formule plus parfaite de M. Gouy (5), on voit qu'à partir d'une certaine valeur de V_2 ($= -V_1$), α diminue quand V_2 augmente. La sensibilité passe donc par un maximum pour une certaine valeur de V_2 , grande du reste.

2° On établit entre les quadrants pairs et impairs la différence de potentiel ($V_1 - V_2$) qu'on veut mesurer, et l'on donne à l'aiguille un potentiel V considérable par rapport aux potentiels V_1 et V_2 des quadrants. Dans ces conditions on peut négliger

du reste que la relation plus parfaite (5), à :

$$\alpha = A V (V_2 - V_1).$$

On voit que plus le potentiel V de l'aiguille est considérable, plus l'appareil est sensible.

On n'est limité ici pour V que par l'étincelle qui peut éclater entre l'aiguille et les quadrants, ou par les aigrettes et les perturbations qui peuvent en résulter.

Pour donner à V une valeur considérable, Lord Kelvin, qui a indiqué cette méthode, mettait en communication l'aiguille avec l'armature interne d'une bouteille de Leyde formée, comme dans l'électromètre absolu, par la cage de l'instrument. Un replenisher permettait de faire varier la différence de potentiel des armatures et l'on s'assurait que cette différence avait la même valeur dans toutes les expériences au moyen d'une jauge semblable à celle de l'électromètre absolu. L'appareil ainsi complété est fort compliqué; il est, en outre, incommode et coûteux. M. Branly a eu l'heureuse idée de remplacer la bouteille de Leyde par une pile d'un très grand nombre d'éléments, dont un pôle est au sol et l'autre relié à l'aiguille. Avec une pile dont la différence de potentiel est constante, on n'a plus besoin de jauge.

C'est à la suite de la simplification introduite par M. Branly que l'on a eu l'idée de la première méthode dont nous avons parlé.

3º On relie l'aiguille avec l'une des paires de quadrants (2-4), on a :

$$V_2 = V$$

d'où

$$\alpha = A (V - V_1) \left(V - \frac{V + V_1}{2} \right) = \frac{A}{2} (V - V_1)^2 \quad (1).$$

La déviation de l'aiguille est toujours de même sens, quel que soit le signe de la différence de potentiel $V_1 - V$, contrairement à ce qui avait lieu avec les deux autres dispositions. Cette dernière méthode est particulièrement avantageuse lorsqu'il s'agit de la

(1) La formule (5) de M. Gouy conduit au même résultat, car ici $b(V_2 - V_1)^2$ est toujours intégrable devant C .

différence de potentiel entre les pôles d'une machine à courants alternatifs; par exemple, si l'on a

$$V - V_1 = B \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

l'aiguille prend une position d'équilibre, à la condition toutefois que la période T soit assez petite pour que l'aiguille n'ait pas le temps de se déplacer d'une quantité sensible pendant la durée de cette période T ; on peut démontrer que l'on a alors

$$\alpha = \frac{A}{2} \left[\frac{1}{T} \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt \right];$$

on mesure donc le carré de la *différence de potentiel efficace* (¹). Cette méthode est due à M. Joubert.

(¹) Voici comment on peut établir cette relation. A un instant quelconque, la déviation étant α , le couple du bifilaire a pour moment $C\alpha$ et le couple électrique opposé pour moment $\alpha(V - V_1)^2$ d'après (3), où l'on a fait $V = V_1$. Le couple résultant a donc pour moment $C\alpha - \alpha(V - V_1)^2$. En appelant ω la vitesse angulaire de l'aiguille et J son moment d'incertitude par rapport à son axe de rotation on a donc :

$$J \frac{d\omega}{dt} = C\alpha - \alpha(V - V_1)^2 \quad \text{d'où} \quad J d\omega = [C\alpha - \alpha(V - V_1)^2] dt.$$

En intégrant les deux membres de cette expression pendant le durée d'une période T , on a

$$J \Delta\omega = C\alpha T - \alpha \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt.$$

Or, si l'aiguille reste sensiblement immobile, la variation de sa vitesse $\Delta\omega$ est nulle; on a donc

$$C\alpha T - \alpha \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt = 0, \quad \text{d'où} \quad \alpha = \frac{a}{C} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt,$$

ou encore, puisque $\frac{2\alpha}{C} = A$,

$$\alpha = \frac{A}{2} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt.$$

Posons

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (V - V_1)^2 dt,$$

U est ce qu'on appelle la *différence de potentiel efficace*, correspondant à la différence de potentiel périodique $V - V_1$. (Dans le cas où $V - V_1 = B \sin 2\pi \frac{t}{T}$,

décris permettent aussi de mesurer la différence de potentiel efficace d'une machine.

on a $U^2 = \frac{B^2}{2}$. On voit, d'après les deux dernières relations, qu'il vient

$$\alpha = \frac{A}{2} U^2.$$

L'électromètre dans ces conditions mesure donc bien la différence de potentiel efficace.



CHAPITRE IX.

DIÉLECTRIQUES.

1. Mesure des pouvoirs inducteurs spécifiques. — Dans le système électrostatique d'unités C. G. S., le pouvoir inducteur spécifique est représenté par le même nombre que la constante diélectrique. D'après sa définition, c'est une grandeur intéressante à connaître, puisque la capacité d'un condensateur est proportionnelle au pouvoir inducteur spécifique du diélectrique qui sépare les armatures. Mais la connaissance de cette grandeur présente un autre intérêt qui explique les nombreuses recherches faites à propos de sa détermination. D'après la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell, le pouvoir inducteur spécifique d'un corps transparent doit être égal au carré de son indice de réfraction pour la lumière. C'est en vue de vérifier cette *relation de Maxwell* qu'ont été faites de nombreuses recherches sur les pouvoirs inducteurs spécifiques.

La question présente d'ailleurs quelques difficultés que nous allons signaler et résoudre.

Considérons deux armatures planes indéfinies séparées par le vide; soient V leur différence de potentiel et σ la valeur absolue de la densité superficielle. Si, la différence de potentiel restant constante, on introduit un diélectrique entre les armatures, la densité électrique prend une nouvelle valeur σ' plus grande que σ et l'on a par définition, pour la constante diélectrique k ,

$$k = \frac{\sigma'}{\sigma};$$

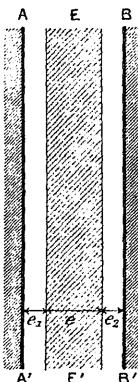
k est donc toujours supérieur à l'unité.

Une première difficulté se présente, si l'on expérimente avec un diélectrique solide : il est impossible de substituer au vide (ou, ce qui revient au même, à l'air) une lame du corps étudié, car celle-ci ne touche jamais complètement les armatures. On emploie

comment on peut trouver, dans ce cas, l'inducteur spécifique.

Soient deux armatures planes, parallèles, indéfinies, AA' , BB'

Fig. 102.



(fig. 102) et une lame diélectrique EE' d'épaisseur e interposée et laissant de chaque côté des lames d'air d'épaisseur e_1 et e_2 .

Les lignes de forces sont des droites parallèles normales aux armatures, le champ est donc constant à l'intérieur d'un même diélectrique; désignons ses valeurs par φ_1 et φ_2 dans les lames d'air et par φ dans le diélectrique. On a, en appelant K le pouvoir inducteur spécifique de la lame,

$$\varphi_1 = K\varphi = \varphi_2.$$

Faisons voyager un petit corps chargé d'une quantité m d'électricité de l'une des armatures à l'autre; on a pour expression du travail de la force électrique

$$mV = m\varphi_1 e_1 + m\varphi e + m\varphi_2 e_2 = m\varphi_1 \left(e_1 + e_2 + \frac{e}{K} \right);$$

mais, d'après la relation $\varphi_1 = 4\pi\sigma$, on a

$$V = 4\pi\sigma \left(e_1 + e_2 + \frac{e}{K} \right),$$

d'où

$$\sigma = \frac{V}{4\pi \left(e_1 + e_2 + \frac{e}{K} \right)},$$

soit ε l'épaisseur d'air qui est ainsi substituée à l'épaisseur e du diélectrique; on a

$$\sigma = \frac{V}{4\pi(e_1 - e_2 - \varepsilon)},$$

on appelle ε l'épaisseur d'air équivalente à la lame.

Il résulte des deux égalités précédentes que

$$K = \frac{e}{\varepsilon};$$

si l'on a rapproché les armatures d'une quantité a , on a

$$\varepsilon = e - a,$$

d'où

$$(1) \quad K = \frac{e}{e - a}.$$

C'est là la méthode employée dans presque toutes les expériences; e est mesuré au sphéromètre; σ se repère soit par la capacité du condensateur, soit par la tension à la surface des armatures.

Cette méthode présente une cause d'erreur très grave: tous les diélectriques, qu'ils soient solides ou liquides, sont plus ou moins conducteurs de l'électricité; si donc on maintient un diélectrique solide entre les deux armatures d'un condensateur, il y a entraînement d'électricité positive dans le sens du champ, et la face du diélectrique qui se trouve en regard de l'armature à plus bas potentiel prend une densité électrique superficielle positive; de même, l'autre face prend une densité négative.

Une autre cause d'erreur s'ajoute encore à la précédente: lorsque le diélectrique est maintenu quelque temps dans le champ, ses faces peuvent se charger d'électricité par suite d'une *polarisation*; nous reviendrons dans la suite sur cette cause perturbatrice indépendante de la conductibilité, mais qui produit ici le même effet.

Voyons dans quel sens ces causes perturbatrices peuvent influer sur les résultats.

Désignons par σ la densité électrique superficielle des armatures, par σ_1 la densité développée à la surface du diélectrique par conductibilité ou par polarisation; la valeur K_1 du pouvoir inducteur

$$K_1 = \frac{e}{e - \alpha},$$

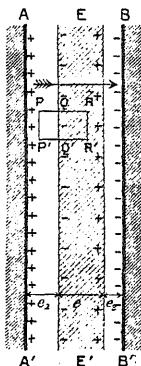
est reliée à la véritable valeur K par l'expression

$$(1) \quad K_1 = \frac{K}{1 - \frac{\sigma_1}{\sigma}};$$

donc si σ_1 n'est pas nul, K_1 est plus grand que K et il en diffère d'autant plus que σ_1 est plus grand. Si la lame était parfaitement conductrice, on aurait $\sigma_1 = \sigma$ et, par suite, $K_1 = \infty$ (1). La méthode

(1) Voici comment on peut démontrer cette relation. Considérons entre les armatures un tube de force, qui est ici un cylindre, de section droite s ; limitons-le par deux bases normales aux génératrices PP' et RR' (fig. 103), l'une prise dans

Fig. 103.



l'air, l'autre dans le diélectrique. Le volume ainsi limité renferme une quantité d'électricité $-s\sigma_1$, en désignant par σ_1 la valeur absolue de la densité électrique négative développée par conductibilité ou polarisation sur la face QQ' du diélectrique. En appliquant le théorème de Gauss à ce volume, on a

$$-s\varphi_1 + Ks\varphi = -4\pi s\sigma_1,$$

d'où

$$(1) \quad \varphi = \frac{\varphi_1 - \frac{4\pi s\sigma_1}{K}}{K}.$$

La même démonstration donnerait

$$\varphi = \frac{\varphi_2 - \frac{4\pi s\sigma_1}{K}}{K},$$

générale que nous avons exposée fournit donc toujours un nombre compris entre l'infini et le véritable pouvoir inducteur spécifique.

La formation de la couche électrique perturbatrice demande un certain temps; par suite, pour l'empêcher, il faut opérer rapidement. Mais la vitesse nécessaire peut être, suivant les cas, de l'ordre de la seconde, du millième, du millionième et même du milliardième de seconde. Pour tourner la difficulté, on peut employer des différences de potentiel alternatives; avec une période très courte, le champ changeant très rapidement de sens, l'électrisation superficielle du diélectrique n'aura pas le temps de se produire. Si le corps n'est pas trop conducteur et si la polarisation est suffisamment lente à se produire, on peut arriver, de cette manière, à avoir la véritable valeur de K . Afin de savoir si l'on a atteint des périodes suffisamment rapides pour que σ , soit négligeable devant σ_1 ,

d'où encore ici:

$$\varphi_1 = \varphi_2.$$

On a, du reste, comme nous l'avons vu plus haut,

$$V = e_1 \varphi_1 + e_2 \varphi_2,$$

qui devient ici

$$V = \left(e_1 + e_2 + \frac{e}{K} \right) \varphi_1 - \frac{4\pi\sigma_1 e}{K},$$

ou, en remplaçant φ_1 par sa valeur $4\pi\sigma$,

$$(2) \quad V = \left(e_1 + e_2 + \frac{e}{K} \right) 4\pi\sigma - \frac{4\pi\sigma_1 e}{K}.$$

Si l'on substitue à la lame diélectrique une lame d'air d'épaisseur $c - a$ donnant la même densité σ sur les armatures, pour la différence de potentiel V , on a

$$(3) \quad V = (e_1 + e_2 + e - a) 4\pi\sigma.$$

Par soustraction, on tire de (2) et (3)

$$\left[\frac{e}{K} - (e - a) \right] 4\pi\sigma - \frac{e}{K} 4\pi\sigma_1 = 0,$$

d'où

$$(4) \quad \frac{K}{1 - \frac{\sigma_1}{\sigma}} = \frac{e}{e - a} = K_1.$$

Remarquons que, si la lame EE' était un conducteur en équilibre électrique, φ serait nul; dès lors, d'après (1), on aurait $4\pi\sigma_1 = \varphi_1 = 4\pi\sigma$; ou $\sigma_1 = \sigma$, et par conséquent, d'après (4), $K_1 = \infty$.

qu'à partir d'une certaine valeur de la période on obtient toujours le même nombre, c'est que σ_i est devenu nul et que K_i est égal à K .

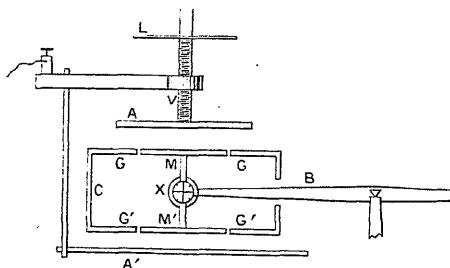
Ce qui vient d'être exposé s'applique tout aussi bien aux liquides qu'aux solides.

2. Méthode et appareil de M. Pellat pour la mesure des pouvoirs inducteurs spécifiques. — Parmi les nombreuses méthodes qui ont été employées pour la détermination du pouvoir inducteur spécifique, nous décrirons seulement ici celle qui a été appliquée récemment par M. Pellat. Elle est fondée sur l'accroissement d'attraction mutuelle des armatures d'un condensateur chargé quand l'air qui les sépare est remplacé en partie ou en totalité par le diélectrique dont on veut mesurer le pouvoir inducteur spécifique.

L'attraction entre les armatures dépend de leur différence de potentiel; pour éliminer l'influence de la variation de cette différence et pouvoir se servir de variations de potentiel rapidement alternées, on emploie, comme force antagoniste, une autre attraction produite à chaque instant par la même différence de potentiel. La mesure est effectuée ainsi par une méthode de zéro.

L'appareil est constitué par un double électromètre absolu de Lord Kelvin. Les deux plateaux mobiles M et M' (fig. 104 et 105)

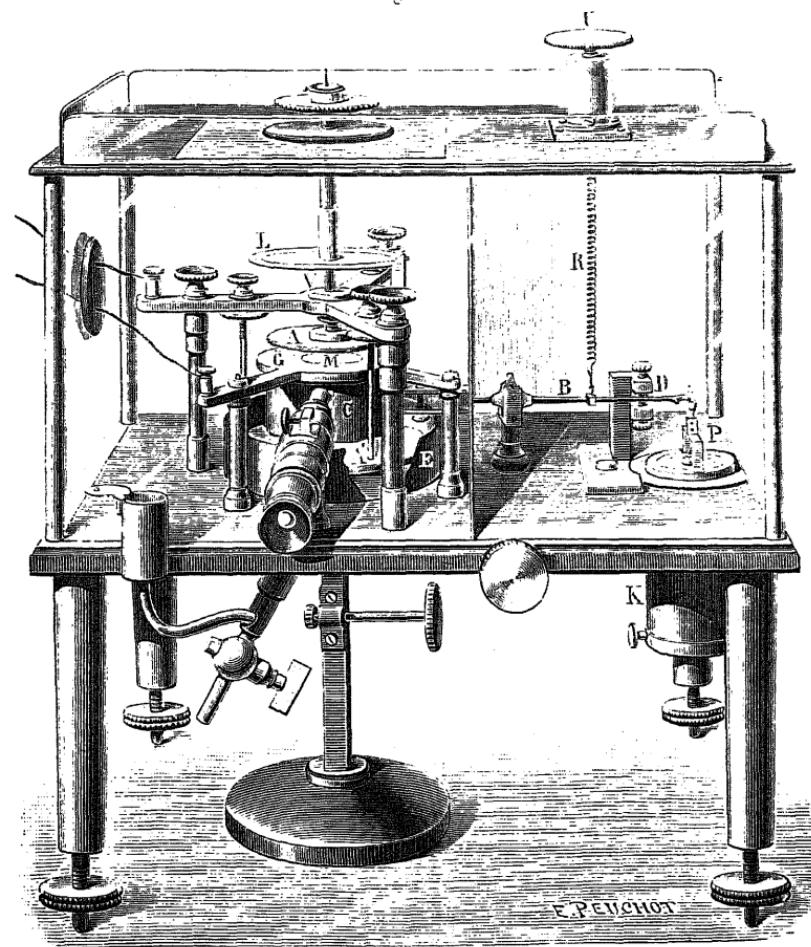
Fig. 104.



ont 4^{cm} de diamètre; ils sont disposés parallèlement, l'un au-dessus de l'autre, et rendus solidaires par une tige fixée à l'une des extrémités du fléau B d'une balance très sensible; l'autre extrémité de ce fléau porte un plateau P muni d'un amortisseur à air K .

rendraient fort longue une mesure. Les anneaux de garde G et G' ont 8^{cm} de diamètre; ils sont reliés par un cylindre vertical de

Fig. 165.



laiton C, de sorte que l'ensemble forme une boîte-écran; plateaux et anneaux sont reliés électriquement au socle métallique de l'appareil. Le système des deux plateaux fixes A et A' est isolé du précédent et peut, par suite, être porté à un potentiel différent de celui des plateaux mobiles. Le plateau inférieur A' a une position

500 parties correspondant chacune à un micron. Le mouvement de la vis déplace le plateau supérieur parallèlement à lui-même ainsi qu'au plan de l'anneau de garde et du plateau mobile supérieur. Des vis de réglage permettent de faire appliquer le plateau A sur l'anneau de garde de façon que leurs plans soient parfaitement parallèles.

La tige qui relie les plateaux mobiles porte, gravée sur verre, un réticule à branches verticale et horizontale X, que l'on vise à l'aide d'un microscope muni d'un oculaire à réticule, dont les branches sont à 45° des précédentes. Ce système est réglé de façon que, pour la coïncidence des points de croisement, le plateau mobile supérieur M soit exactement dans le plan de son anneau de garde G. Dans ces conditions, l'autre plateau mobile est un peu au-dessus ou au-dessous du plan de son anneau de garde, ce qui n'a pas d'importance, mais dans une position toujours identique, ce qui est l'essentiel.

L'équilibre s'obtient en plaçant des corps pesants quelconques dans le plateau P de la balance, et s'achève à l'aide d'un ressort en hélice R extrêmement faible qui agit sur le bras du fléau et dont on fait varier la tension au moyen d'une vis U.

La course du fléau est limitée étroitement par les deux butoirs D de façon que le fléau s'écarte toujours très peu de sa position d'équilibre.

Pour trouver avec cet appareil le pouvoir inducteur spécifique d'un corps solide, celui-ci est taillé suivant une lame à faces planes et parallèles. Après avoir pris l'épaisseur *e* de cette lame à l'aide d'un sphéromètre, on la place sur l'anneau de garde supérieur G, de façon qu'elle recouvre tout le plateau mobile M en le débordant de quelques centimètres ; la lame doit être placée un peu au-dessus de l'anneau de garde et du plateau, à l'aide de trois petites cales bien isolantes, pour ne pas gêner les mouvements de celui-ci. Toutes les parties de l'appareil étant au même potentiel, on établit à peu près l'équilibre en mettant des corps pesants dans le plateau P, et l'on parfait l'équilibre en agissant sur le ressort R par la vis U. Ce résultat obtenu, on établit la différence de potentiel alternative : l'équilibre est rompu, et l'on élève ou abaisse le

plateau A jusqu'à ce qu'il soit rétabli. Après avoir fait la lecture, mis toutes les parties de l'appareil au potentiel du sol, on retire la lame. En rétablissant la différence de potentiel, l'équilibre est rompu de nouveau, et l'on rapproche le plateau A jusqu'à le rétablir. La différence entre la nouvelle lecture et la précédente donne le déplacement α du plateau A entre les positions qui produisaient l'équilibre dans les deux opérations successives.

Il est facile de voir que α , ainsi déterminé, est bien la quantité qui doit figurer dans la relation (1) du paragraphe précédent donnant le pouvoir inducteur spécifique K . Remarquons, en effet, que si l'équilibre est obtenu en établissant une certaine différence de potentiel, ce qui indique que la force électrique qui agit sur le plateau mobile inférieur est la même que celle qui agit sur le plateau supérieur, il subsistera pour toute autre différence de potentiel, car ces deux forces seront encore égales, pourvu que la lame diélectrique n'ait pas le temps de se charger d'électricité sur ses faces par conductibilité ou polarisation; nous pouvons donc supposer, pour simplifier le raisonnement, que lors de l'équilibre dans le second cas la différence de potentiel est la même que lors de l'équilibre dans le premier. Alors, dans ces deux cas, la force électrique agissant sur le plateau inférieur, qui a même position, est la même et par conséquent la force électrique qui agit dans chacun des deux cas sur le plateau supérieur est aussi la même, puisqu'elle fait équilibre à celle qui agit sur le plateau inférieur. Il en résulte que la tension τ et, par conséquent, aussi la densité électrique σ ($\tau = 2\pi\sigma^2$) sont les mêmes sur le plateau supérieur dans le premier et le second cas d'équilibre, ce qui est la condition requise pour que le rapprochement du plateau A représente la quantité α de la relation (1).

Nous avons vu que, si l'on opérait avec des différences de potentiel constantes, on obtiendrait des résultats détestables, à cause de la conductibilité et de la polarisation; pour éviter ces causes d'erreur, on emploie des différences de potentiel alternatives comme celles que l'on obtient aux pôles d'une bobine de Ruhmkorff sans trembleur, quand on lance dans le primaire le courant d'un alternateur dont les parties positive et négative sont symétriques, ce qui d'ailleurs est le cas habituel.

Par exemple, avec un alternateur qui donne 100 périodes par

de subir de polarisation ou de se charger superficiellement par conductibilité. On peut ainsi déterminer la position des plateaux à un micron près, et comme la quantité a est de 2^{mm} à 3^{mm} , la précision est de l'ordre du millième.

Mais, avec les diélectriques doués d'une certaine conductibilité ou se polarisant très rapidement, une fréquence de 100 est insuffisante, et il faut avoir recours aux fréquences bien plus considérables que donnent les phénomènes d'oscillations électriques.

On peut procéder pour les liquides, comme pour les solides, en enfermant le liquide dans une auge à faces parallèles dont les lames ont été travaillées optiquement et dont l'épaisseur a été déterminée. Mais la difficulté de se procurer une telle enveloppe en une substance bien isolante a engagé M. Pellat à employer une autre méthode.

Cette méthode est fondée sur la propriété qu'a la tension électrique d'être multipliée par le pouvoir inducteur spécifique du liquide quand celui-ci est substitué à l'air entre les deux armatures d'un condensateur, de façon à mouiller l'armature où l'on considère la tension.

On a, en effet, avec les notations habituelles,

$$K\tau = 2\pi\sigma^2$$

et

$$4\pi\sigma = K\varphi = K\frac{V}{\epsilon}$$

d'où

$$\sigma = \frac{KV}{4\pi\epsilon}$$

et

$$\tau = \frac{KV^2}{8\pi\epsilon^2};$$

pour les mêmes valeurs de ϵ et de V , la tension τ est proportionnelle à K .

Pour appliquer cette méthode, on commence par déterminer la distance e_1 du plateau attractif supérieur à l'anneau de garde correspondant qui produit l'équilibre lorsque le système est chargé. On verse ensuite le liquide dans une cuve qui entoure le plateau mobile inférieur et son anneau de garde de façon que ceux-ci soient

immédiatement, à l'aide d'une tare et du ressort R, lorsque le système n'est pas chargé, l'équilibre détruit par la poussée hydrostatique. On établit ensuite la différence de potentiel alternative et l'on détermine la distance e_2 du plateau supérieur à l'anneau de garde qui donne l'équilibre.

En appelant f_1 la valeur des forces de tension égales qui agissent en sens inverse sur les plateaux mobiles pour une même différence de potentiel V lorsque l'équilibre est atteint dans le premier cas, et f_2 la quantité analogue dans le second cas, τ_1 et τ_2 les tensions sur le plateau inférieur dans les deux cas, et S la surface du plateau supérieur, on a, en considérant ce qui se passe pour le plateau supérieur,

$$(1) \quad f_1 = \frac{SV^2}{8\pi e_1^2}, \quad f_2 = \frac{SV^2}{8\pi e_2^2}$$

et, en considérant ce qui se passe pour le plateau inférieur,

$$K = \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{f_2}{f_1},$$

d'où, d'après (1),

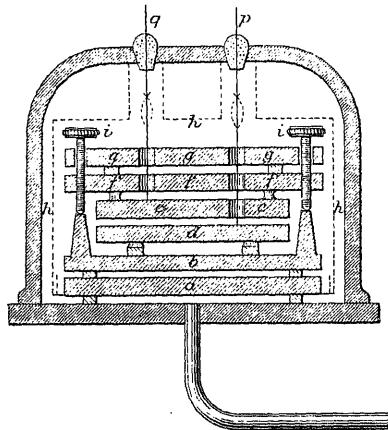
$$K = \left(\frac{e_1}{e_2} \right)^2.$$

3. Pouvoir inducteur spécifique des gaz. — Expériences de M. Boltzmann. — M. Boltzmann est parvenu, en 1874, à mesurer les pouvoirs inducteurs spécifiques des gaz, quoiqu'ils diffèrent extrêmement peu de l'unité et, par cela même, soient difficiles à obtenir.

Son appareil consistait en deux plateaux c et d (fig. 106) placés sous une cloche dans laquelle on pouvait faire le vide et introduire le gaz étudié. Des écrans métalliques h , h , h protégeaient les plateaux contre toute influence extérieure, et des plateaux a , b , f , g , reliés au sol, avaient pour but de maintenir, par leur masse, une température sensiblement constante, malgré les quantités de chaleur créées ou détruites par les variations de pression des gaz. Le plateau c était relié d'une façon permanente au pôle positif d'une pile de 300 éléments Daniell dont l'autre pôle communiquait avec le sol; le plateau d communiquait avec une des paires de quadrants d'un électromètre dont l'aiguille présentait

L'appareil étant rempli de gaz, on mettait le plateau *d* en communication avec le sol pendant un instant; les deux paires de quadrants de l'électromètre étant au même potentiel, l'aiguille se mettait au zéro. Ensuite on faisait le vide dans l'appareil; l'in-

Fig. 106.



fluence du plateau *c* sur le plateau *d* n'étant plus la même, l'aiguille de l'électromètre déviait d'un angle α .

Voyons comment on peut déduire de cette expérience le pouvoir inducteur spécifique du gaz et comment elle doit être complétée.

Soient *e* la force électromotrice des éléments de la pile qui sert à charger le condensateur et *N* leur nombre; *C* étant la capacité du système des deux plateaux quand le vide existe entre eux, et *K* le pouvoir inducteur spécifique du gaz de la cloche, à la pression et à la température de l'expérience, les plateaux prennent une charge égale à

$$KCNe.$$

Lorsque l'on fait varier la nature ou la pression du gaz, le pouvoir inducteur devient K' et il se produit une variation *V* de la différence de potentiel des armatures; la charge a pour expression

$$K'C(Ne - V).$$

La quantité d'électricité a changé sur le plateau e , car une certaine quantité a passé sur la paire de quadrants de l'électromètre qui communiquait avec lui; mais, lorsque l'aiguille d'un électromètre à quadrants dévie de sa position par suite du changement de potentiel d'une paire de quadrants, la charge qui s'ajoute à celle-ci est proportionnelle à la variation de potentiel; désignons-la par γV .

Puisque la quantité totale d'électricité du système formé par le plateau et la paire de quadrants qui lui est reliée n'a pas changé, on a

$$KCNe = K'C(Ne - V) + \gamma V$$

ou

$$KNe = K'(Ne - V) + \frac{\gamma}{C} V.$$

V est déterminé par la déviation α de l'aiguille; il reste donc à évaluer $\frac{\gamma}{C}$.

Pour mesurer $\frac{\gamma}{C}$, M. Boltzmann se replaçait dans les conditions de la première partie de l'expérience; mais, au lieu de faire varier le pouvoir inducteur spécifique du gaz, il ajoutait un élément à la pile de charge des plateaux. Il se produisait dans ces conditions une déviation β de l'aiguille correspondant à une variation V' du potentiel; en exprimant que la charge du plateau et de la paire de quadrants correspondante n'a pas varié, il vient

$$KCNe = KC[(N + 1)e - V'] + \gamma V',$$

c'est-à-dire

$$\dot{\alpha} = K(e - V') + \frac{\gamma}{C} V',$$

d'où l'on tire

$$\frac{\gamma}{C} = K \left(1 - \frac{e}{V'} \right).$$

Reportons cette valeur dans la première égalité; nous avons

$$KNe = K'(Ne - V) + K \left(1 - \frac{e}{V'} \right) V,$$

d'où

$$\frac{K}{K'} = \frac{Ne - V}{Ne - \left(1 - \frac{e}{V'} \right) V} = \frac{1 - \frac{V}{Ne}}{1 - \frac{V}{Ne} \left(1 - \frac{e}{V'} \right)},$$

et, par conséquent, $\frac{V}{Ne}$ de l'ordre de $\frac{1}{300}$; on peut alors simplifier en négligeant devant l'unité les puissances supérieures de $\frac{V}{Ne}$ et écrire

$$\frac{K}{K'} = 1 - \frac{V}{Ne} + \frac{V}{Ne} \left(1 - \frac{e}{V} \right) = 1 - \frac{1}{N} \frac{V}{V'},$$

et comme $\frac{V}{V'} = \frac{\alpha}{\beta}$ et $N = 300$,

$$\frac{K}{K'} = 1 - \frac{1}{300} \frac{\alpha}{\beta}.$$

Si K' correspond au cas du vide, on a $K' = 1$ et, par suite,

$$K = 1 - \frac{1}{300} \frac{\alpha}{\beta}.$$

α et β sont alors toujours de signes différents et K plus grand que l'unité.

M. Boltzmann a trouvé que la quantité $K - 1$ est proportionnelle à la pression du gaz; cette loi permettait de corriger les résultats du fait qu'on ne pouvait obtenir le vide parfait.

4. Résultats des expériences sur le pouvoir inducteur spécifique. — Les résultats des expériences de M. Boltzmann sont donnés dans le Tableau suivant, où l'on a mis en regard les valeurs de \sqrt{K} et de l'indice de réfraction n .

	K.	\sqrt{K} .	n.
Air.....	1,000 590	1,000 295	1,000 294
Acide carbonique.....	1,000 946	1,000 473	1,000 449
Hydrogène.....	1,000 264	1,000 132	1,000 138
Oxyde de carbone.....	1,000 690	1,000 345	1,000 340
Protoxyde d'azote.....	1,000 984	1,000 492	1,000 503
Bicarbure d'hydrogène ...	1,001 312	1,000 656	1,000 678
Protocarbure d'hydrogène.	1,000 944	1,000 472	1,000 443

On voit que l'accord avec la loi de Maxwell est satisfaisant; car cette loi ne peut être qu'une loi approchée, puisque n dépend de

la longueur d'onde de la lumière, tandis que K , par sa définition même, en semble indépendant.¹

Les vérifications essayées avec les liquides sont un peu moins bonnes; voici les nombres obtenus par M. Négréano avec des fréquences de 50 à 100, fréquences parfois insuffisantes:

	K.	\sqrt{K} .	n .
Benzène...	2,29	1,51	1,50
Toluène.....	2,24	1,49	1,49
Xylène.....	2,26	1,50	1,48
Métaxylène.....	2,37	1,54	1,49
Pseudo-cumène.....	2,43	1,56	1,48
Cymène.....	2,47	1,57	1,48
Essence de térébenthine.....	2,25	1,50	1,47

Une des plus belles vérifications qui aient été faites de la loi de Maxwell est celle de M. Boltzmann sur les cristaux de soufre. Avec un cristal de soufre taillé perpendiculairement aux trois axes d'élasticité, il a obtenu les résultats suivants, qui varient selon que les lignes de forces ou les rayons lumineux sont parallèles à l'un ou à l'autre des trois axes d'élasticité:

K.	\sqrt{K} .	n .
4,773	2,18	2,14
3,970	1,99	1,97
3,811	1,95	1,90

Les différences entre \sqrt{K} et n sont assez faibles, et ces deux grandeurs sont bien rangées dans le même ordre.

Citons, pour terminer, les nombres suivants obtenus par MM. Pellat et Sacerdote dans leurs recherches sur l'influence de la température sur le pouvoir inducteur spécifique.

Paraffine. *Ébonite.*

Température.	K.	Température.	K.
11°, 1	2,287	10°, 2	2,941
22°	2,278	17°	2,958
33°, 3	2,259	20°, 6	2,968

(¹) Des expériences faites par M. Klemencic sur les vapeurs donnent un résultat moins satisfaisant pour la concordance de \sqrt{K} et de n . Il serait prématûr d'en conclure que la relation de Maxwell est inexacte; des causes analogues à

augmenter la tension, la paraffine diminuer.

5. Forces agissant sur les diélectriques non électrisés placés dans un champ électrique. — Il existe des forces agissant sur un diélectrique placé dans un champ électrique, même si ce diélectrique n'est pas électrisé. Le premier physicien qui a mis ces forces en évidence est M. Boltzmann ; il avait déduit leur existence de la théorie de Maxwell connue sous le nom de *théorie du déplacement électrique* ; c'est avec des sphères de soufre qu'il fit ces expériences.

Un peu plus tard, le physicien allemand M. Quincke déduisit l'existence de ces forces d'une autre théorie de Maxwell dans laquelle l'illustre savant suppose que les corps placés dans un champ électrique sont soumis à des forces de tension dans la direction du champ et à des forces de compression dans les directions perpendiculaires.

Les deux théories de Maxwell, dont il vient d'être question, sont d'ailleurs incompatibles.

M. Pellat a démontré que l'on peut sans hypothèse établir *a priori* la nécessité de ces forces, et en outre il en a montré l'existence par une expérience simple et facile à répéter.

Considérons pour cela deux plateaux métalliques parallèles AA et BB (fig. 107) et plaçons entre eux une lame à faces parallèles d'un diélectrique solide C non électrisé et qui n'occupe pas toute l'étendue du condensateur. La capacité du condensateur par unité de surface est plus grande en face de ce diélectrique solide que dans les régions où l'air seul sépare les armatures. Lorsque l'on enfonce la lame à l'intérieur du condensateur, on augmente donc la capacité totale du système : par conséquent, à un déplacement infiniment petit da dans le sens de la flèche correspond une augmentation infiniment petite dC de la capacité, telle que

$$\frac{dC}{da} > 0.$$

celles qui faussent la détermination des pouvoirs inducteurs spécifiques des solides et des liquides pourraient se produire pour les vapeurs.

Si, pour un diélectrique, il existe, dans le condensateur chargé, les forces électriques qui s'exercent sur les différentes parties du système tendent à accroître la capacité et que la composante de la force dans le sens du déplacement a pour expression

$$f = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{da}.$$

Si donc on enfonce de da la lame entre les armatures, comme $\frac{dC}{da}$ est positif, il agit sur cette lame une force électrique dans le sens du déplacement donné par la relation ci-dessus, où V représente la différence de potentiel des armatures.

Par ce cas particulier, on voit qu'il existe, en général, des forces agissant sur les diélectriques non électrisés placés dans un champ électrique.

Quand on fait l'expérience, pour obtenir un résultat probant, il faut que le diélectrique n'ait pas le temps de s'électriser par con-

Fig. 107.



ductibilité ou par polarisation ; mais puisque la force ne dépend pas du signe de la différence de potentiel V des armatures, on peut opérer avec des différences de potentiel alternatives. On commencera donc par s'assurer qu'à partir d'une certaine valeur n de la fréquence on obtient une valeur constante pour le pouvoir inducteur spécifique, c'est-à-dire qu'à partir de cette valeur n de la fréquence aucune couche électrique perturbatrice ne se produit à la surface du diélectrique par conductibilité ou polarisation, et

On peut réaliser l'expérience en suspendant sous le plateau d'une balance une lame d'ébonite disposée entre les deux plateaux d'un condensateur; on constate que lorsqu'on charge le condensateur, la lame s'ensonce dans l'intérieur des plateaux.

Dans le cas d'un champ alternatif, on a, pour la valeur de la force agissant sur la lame,

$$f = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T} \int_0^T V^2 dt \right) \frac{dC}{da}.$$

M. Pellat a constaté que cette formule, qu'il avait obtenue par les considérations théoriques qui viennent d'être indiquées, était parfaitement vérifiée par l'expérience.

Il a, en outre, fait des expériences sur les diélectriques liquides qui ont aussi parfaitement concordé avec la théorie.

6. Polarisation diélectrique. — Avant d'exposer la polarisation diélectrique, nous rappellerons en quoi consiste la polarisation magnétique.

Considérons une aiguille aimantée; plongée dans la limaille de fer, elle l'attire aux deux régions extrêmes et ne l'attire pas dans toute la région intermédiaire; cassons cette aiguille au milieu, là où elle semble ne pas posséder de propriétés magnétiques: les deux fragments jouissent chacun des propriétés de l'aimant primitif, ils attirent la limaille à leurs deux extrémités, nous dirons qu'ils forment chacun un aimant complet. Cassons chaque tronçon en deux, nous obtenons quatre aimants complets, et, quel que soit le nombre des fragments en lesquels on sépare l'aimant primitif, chaque fragment a encore un pôle nord et un pôle sud. Si maintenant on rapproche ces tronçons de façon à reconstituer géométriquement l'aimant primitif, on le reconstitue aussi au point de vue magnétique et l'ensemble n'attire plus la limaille qu'aux extrémités, comme si tous les pôles intermédiaires avaient disparu.

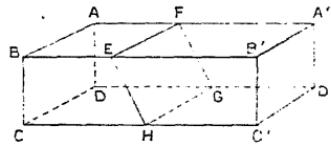
On est, par suite, amené à penser qu'un aimant est constitué par une série de petits aimants élémentaires doués chacun d'un pôle

polarisation magnétique.

Un phénomène absolument analogue existe en électricité. On peut trouver, en effet, dans certaines conditions, des diélectriques qui présentent d'un côté des charges positives, de l'autre des charges négatives, la charge totale étant nulle, et tels que, si l'on vient à les briser en deux, les faces de rupture primitivement en contact sont chargées d'électricités contraires en quantités égales, et de façon que chacun des deux morceaux a encore une charge totale nulle. On peut de nouveau subdiviser chaque morceau en d'autres et toujours apparaîtront des charges égales et de signes contraires sur les faces de rupture, chaque morceau ayant une charge totale nulle. Un diélectrique en cet état est dit *polarisé*.

On peut alors trouver des faces planes telles que la charge soit nulle sur ces faces; la direction de l'intersection de deux de ces faces planes s'appelle la *direction de la polarisation*. La densité électrique ($\sigma_0 = \frac{m}{s}$) sur une face plane perpendiculaire à la direction de la polarisation s'appelle l'*intensité de la polarisation*. Considérons un diélectrique polarisé ayant la forme d'un parallèle-

Fig. 108.

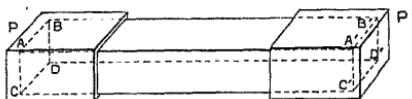


lépipède rectangle (fig. 108) dont quatre arêtes AA' , BB' , CC' et DD' sont dans les directions de la polarisation; sur les faces $ABCD$ ou $A'B'C'D'$ de surface s , on a une charge électrique m et une densité $\sigma_0 = \frac{m}{s}$ qui représente l'intensité de la polarisation. Séparons le diélectrique en deux morceaux par une face plane $EFGH$ oblique à AA' , et telle que la normale à cette face forme un angle θ avec la direction de la polarisation AA' . D'après ce que nous savons, la charge qui apparaîtra sur $EFGH$ sera encore égale à m , et, comme la surface s' de $EFGH$ est égale à $\frac{s}{\cos \theta}$, on

$$\sigma = \frac{\frac{ne}{s}}{\cos \theta} = \sigma_0 \cos \theta.$$

Considérons un corps ABCD, A'B'C'D' (fig. 109), polarisé électriquement, présentant sur ABCD une densité électrique positive, sur A'B'C'D' une densité négative, et, pour plus de simplicité, supposons que sur les faces latérales AA'BB', . . . , la densité soit nulle, ces faces étant parallèles à la direction de la polarisation. Recouvrons ses extrémités par deux petits cylindres de Faraday P et P' isolés; un phénomène d'influence va se produire: en face de ABCD, il se développe à la surface interne de P une quantité d'électricité négative égale à la quantité d'électricité positive qui

Fig. 109.



recouvre ABCD, en même temps la surface extérieure du cylindre P se recouvre d'une quantité d'électricité positive égale à la précédente; de même pour B'. Des électroscopes reliés à ces cylindres indiquent une charge positive du côté ABCD et négative du côté A'B'C'D', comme si la charge du diélectrique s'était échappée de sa surface, quoiqu'il n'en soit rien; car, en retirant les cylindres P et P', on peut constater par les procédés habituels que ABCD et A'B'C'D' ont conservé respectivement leur charge primitive.

En rapprochant de plus en plus les cylindres P et P' du corps, il en est toujours de même. Il en est encore ainsi à la limite quand on colle sur les faces ABCD et A'B'C'D' des feuilles de papier d'étain (bien entendu, en les tenant par un corps parfaitement isolant): toute l'électricité semble s'être échappée du diélectrique polarisé pour passer sur l'étain; mais nous venons de voir que ce n'est là qu'une apparence. Ainsi, on doit considérer la quantité d'électricité développée aux extrémités d'un corps polarisé comme invariablement liée à celui-ci et ne pouvant pas s'en échapper.

met un seul enveloppant complètement le diélectrique polarisé, aucun phénomène ne se manifestera à l'extérieur, le cylindre conducteur étant à l'état neutre à sa surface externe et formant écran électrique. Quelque chose d'analogue se produit lorsqu'on abandonne à lui-même un diélectrique polarisé; en effet, ne fût-ce que par un dépôt d'humidité, le diélectrique est toujours recouvert d'une gaine médiocrement conductrice, qui forme un cylindre de Faraday imparfait. Supposons que par une cause quelconque la polarisation soit créée; au premier instant les phénomènes électriques se manifesteront aux extrémités; mais bientôt, par suite des phénomènes d'influence qui se produisent dans la graine semi-conductrice, les charges seront de plus en plus masquées par les charges contraires développées par influence dans la gaine, et quand l'équilibre sera atteint, le diélectrique, quoique polarisé, ne donnera aucun signe d'électrisation à l'extérieur. On ne pourra révéler sa polarisation qu'en le cassant. C'est pourquoi la polarisation diélectrique est restée longtemps ignorée.

7. Pyro-électricité. — Un premier exemple de polarisation est la *pyro-électricité*: certains cristaux, lorsqu'on les chauffe, manifestent des électrisations de signes contraires aux extrémités opposées.

Ce phénomène a été découvert sur la *tourmaline*, cristal ternaire présentant l'hémiédrie holoaxe non centrée; le cristal n'ayant pas de centre n'a pas non plus de plan de symétrie perpendiculaire à l'axe ternaire; par suite, les deux extrémités de cet axe ne sont pas identiques. Nous appellerons *bases* les faces taillées perpendiculairement à l'axe ternaire.

Quand la tourmaline est chauffée, elle attire les corps légers; ainsi, jetée dans un foyer en activité, elle attire les cendres. C'est là la première observation du phénomène, et le cristal en a tiré son nom.

Si l'on prend une tourmaline longtemps abandonnée à la température ordinaire, elle ne manifeste aucune propriété électrique; si l'on vient à la chauffer, elle s'électrise à ses extrémités; ce phénomène d'électrisation peut persister quelque temps, mais il finit par disparaître si la température reste constante. Si, alors, on la

verse des précédents, et, au bout d'un certain temps, à température constante, elle perd toute trace d'électrisation.

Pour montrer le phénomène, on dispose un cristal de tourmaline sur un petit pivot, de façon que l'axe du cristal soit perpendiculaire à l'axe de rotation. On chauffe le cristal, et on le laisse refroidir; pendant la période de refroidissement, il suffit d'approcher du cristal un bâton d'ébonite frotté, il repousse l'une des extrémités et attire, au contraire, l'autre. On peut aussi approcher le cristal d'un pendule électrisé et constater à la façon ordinaire l'existence et la nature des charges des extrémités de l'axe. Avec deux tourmalines en voie de refroidissement, on peut répéter les expériences d'attraction et de répulsion que l'on fait ordinairement sur les aimants.

Un autre procédé pour montrer l'électrisation des faces opposées de la tourmaline consiste à prendre une lame assez étendue du cristal taillée perpendiculairement à l'axe et à souffler dessus un mélange de minium pulvérisé et de fleur de soufre. Par le frottement mutuel, ces particules s'électrisent, le soufre négativement et le minium positivement; le premier est attiré alors par les régions positives et s'y fixe; le second se fixe sur les régions négatives: les régions positives se recouvrent ainsi d'une poudre jaune, et les régions négatives, d'une poudre rouge. Or on voit une des faces de la lame de tourmaline chauffée se recouvrir de soufre et l'autre de minium, ce qui indique leur état d'électrisation contraire.

Le physicien français Gaugain a étudié ces phénomènes avec beaucoup de soin; il a énoncé les lois suivantes :

Les quantités d'électricité que l'on peut recueillir sur les bases sont égales et de signes contraires.

La quantité d'électricité qui se développe lorsque la température passe de t_1 à t_2 est égale et de signe contraire à celle qui est mise en liberté lorsque la température revient de t_2 à t_1 .

Les quantités développées quand on passe de t_1 à t_2 sont toujours les mêmes, quelle que soit la manière dont on passe de la température initiale à la température finale. En outre, ces quantités sont à peu près proportionnelles à la différence des températures $t_2 - t_1$.

Enfin ces quantités sont proportionnelles à l'épaisseur des bases et indépendantes de leur distance, du moins pour un même échantillon de tourmaline.

Lord Kelvin a expliqué le phénomène de la pyro-électricité par la supposition suivante : la tourmaline est un cristal constamment et naturellement polarisé; si on l'abandonne longtemps à une même température par suite d'une faible conductibilité superficielle et conformément aux explications données dans le paragraphe précédent, il se dépose sur les bases des quantités égales d'électricités contraires à celles qui s'y trouvent et ce dépôt masque le phénomène. Si l'on vient à chauffer le cristal, l'intensité de la polarisation change et les quantités d'électricité des bases ne sont plus les mêmes. Supposons, par exemple, qu'elles diminuent en valeur absolue; alors les électricités contraires développées par influence sur la gaine semi-conductrice l'emportent : la face positive par polarisation semble chargée négativement et inversement. Mais, à la longue, les quantités d'électricité développées par influence diminuent jusqu'à ce que le corps ait perdu en apparence toute trace d'électrisation. Si, après cette dissipation, on refroidit le cristal, les quantités d'électricité de polarisation augmentent et ne sont plus complètement neutralisées par celles qui ont été développées par influence dans la gaine semi-conductrice; l'on observe alors des signes d'électrisation en accord avec la polarisation naturelle du cristal.

Pour vérifier la justesse de l'explication donnée par Lord Kelvin, il n'y a qu'à casser un cristal de tourmaline, en faisant l'expérience avec une tourmaline maintenue depuis longtemps à température constante et ne manifestant plus de propriétés électriques. Cette vérification si simple a été faite seulement en 1897 par M. W. Voigt, qui a trouvé pour valeur de la densité superficielle de polarisation à la température de 24° C.

$$\sigma = 33,4,$$

ce qui revient à dire que, par centimètre carré de base perpendiculaire à l'axe ternaire, la tourmaline possède une charge de 33,4 unités électrostatiques. Cette quantité varie avec la température; elle diminue quand la température s'élève; ainsi, pour

La tourmaline est le plus bel exemple d'un corps naturellement polarisé. D'autres cristaux présentent le même phénomène; tels sont : l'hydrosilicate de zinc ou calamine, la topaze, l'acide tartrique, les tartrates clinorhombiques. Les conditions nécessaires et suffisantes pour la pyro-électricité sont les suivantes :

Pas de centre; un seul axe de symétrie.

8. **Piézo-électricité.** — Un deuxième exemple de polarisation diélectrique est fourni par la *piézo-électricité*, phénomène découvert plus récemment et qui présente une grande analogie avec le précédent.

En 1880, MM. Jacques et Pierre Curie ont observé que la tourmaline maintenue à température constante se polarise électriquement lorsqu'on la soumet à une compression ou à une traction dans la direction de l'axe; ils ont donné à ce phénomène le nom de *piézo-électricité*. Prenons par exemple une lame de tourmaline taillée perpendiculairement à l'axe; recouvrons les deux faces par des feuilles d'étain respectivement en communication avec les quadrants d'un électromètre, puis comprimons le système en lui appliquant un poids P ; aussitôt l'aiguille de l'électromètre dévie. Si l'on fait cesser la compression, des quantités égales d'électricités contraires réapparaissent et l'on voit l'aiguille revenir au zéro.

La compression suivant l'axe produit les mêmes phénomènes qu'un refroidissement, dans le cas de la tourmaline, et la traction les mêmes phénomènes que l'échauffement.

La piézo-électricité existe chez un plus grand nombre de cristaux que la pyro-électricité. D'une façon générale, on appelle *axe électrique* une direction telle qu'une compression où une traction fait apparaître des signes d'électrisation sur les faces normales à cette direction, sans faire apparaître de signe d'électrisation sur les faces qui lui sont parallèles.

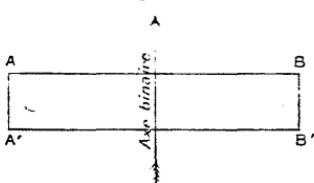
Friedel a montré que, dans le quartz, les trois axes binaires qui sont perpendiculaires à l'axe optique sont des axes électriques; les extrémités de chacun de ces trois axes binaires ne sont pas

identiques, il n'y a pas de plan de symétrie perpendiculaire.

MM. Curie ont fait une étude approfondie de la piézo-électricité; nous allons en donner les résultats.

Considérons un parallélépipède de quartz taillé perpendiculairement à l'un des axes binaires (fig. 110, où l'axe optique est

Fig. 110.



supposé normal au plan de la figure). Si l'on comprime les faces qui sont normales à l'axe optique, on n'observe aucun phénomène d'électrisation; mais si l'on comprime suivant l'axe électrique AA', ou bien si l'on comprime dans le sens AB, perpendiculaire à la fois à l'axe optique et à l'axe électrique, dans les deux cas on observe une électrisation positive de l'une des faces normales à l'axe électrique, AB par exemple, et négative de l'autre face A'B'.

Les lois qui régissent le phénomène sont les suivantes :

Les deux faces taillées perpendiculairement à l'axe électrique se recouvrent de quantités d'électricité égales et de signes contraires.

La quantité d'électricité qui apparaît sur une face par une compression est égale et contraire à celle qui est développée par une traction de même valeur.

Pour une traction ou une compression dans un sens, la quantité d'électricité développée est proportionnelle à l'effort mécanique.

Pour une même variation de la force, si l'effort a lieu suivant l'axe électrique, la quantité développée est indépendante des dimensions du cristal; mais, si l'effort est fait perpendiculairement à l'axe électrique, la quantité développée est proportionnelle à la distance des faces pressées comptée perpendiculairement à l'axe électrique, inversement proportionnelle à l'épaisseur comptée parallèlement à cet axe et indépendante de la troisième dimension.

la traction.

C'est ainsi que MM. Curie ont réalisé l'appareil connu sous le nom de *quartz piézo-électrique*.

Il consiste en une lame de quartz très mince taillée perpendiculairement à l'un des axes électriques; elle est allongée dans la direction perpendiculaire à l'axe optique et à l'axe électrique, et c'est dans cette direction que s'exerce la traction. A cet effet, la lame est fixée à ses extrémités dans deux pinces de laiton; la pince supérieure est fixe, l'autre porte un plateau que l'on peut charger de poids. Les faces sont argentées et isolées l'une de l'autre; chacune communique par une petite lame métallique, qui forme ressort, avec deux bornes isolées, que l'on peut mettre en relation avec les quadrants d'un électromètre. L'appareil est excellent pour développer une quantité bien déterminée d'électricité et produire entre les quadrants une différence de potentiel que l'on peut faire varier à volonté.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un cristal soit piézo-électrique sont les suivantes :

Pas de centre, pas d'axe binaire, quaternaire ou senaire perpendiculaire à l'axe électrique.

Il peut y avoir plusieurs axes de symétrie dans le cristal.

Par conséquent, tout cristal doué de pyro-électricité ou de pouvoir rotatoire présente des propriétés piézo-électriques; mais tout cristal piézo-électrique n'est pas forcément pyro-électrique, car la pyro-électricité exige qu'il n'y ait qu'un seul axe de symétrie.

La tourmaline possède quatre axes de piézo-électricité : l'axe de pyro-électricité et les trois axes binaires qui lui sont perpendiculaires.

Les phénomènes de piézo-électricité ne sont que des phénomènes de polarisation diélectrique du cristal provoqués ou modifiés par l'effort mécanique. Dans le cas de la tourmaline et des autres cristaux pyro-électriques, le cristal est naturellement polarisé suivant l'axe de symétrie supérieur; une traction ou une compression suivant cet axe fait, à température constante, varier l'intensité de la polarisation. Le quartz et les cristaux qui ne jouissent pas de pyro-électricité suivant les axes électriques de piézo-électricité ne

sont pas naturellement polarisés suivant ces axes, mais acquièrent la polarisation par traction ou compression.

M. Lippmann a montré, par des considérations théoriques, que le phénomène de piézo-électricité peut avoir une réciproque.

Si l'on charge d'égales quantités d'électricités contraires les deux faces opposées d'une lame de quartz taillée perpendiculairement à l'un des axes électriques, elle se raccourcit ou s'allonge suivant le sens de la charge. La valeur de cette variation calculée par M. Lippmann est extrêmement petite; néanmoins MM. Curie ont réussi à la mettre en évidence et ont utilisé ce phénomène dans la construction d'un électromètre (1).

9. Polarisation acquise par un diélectrique qui a été placé dans un champ électrique. — A la suite de ses recherches sur les condensateurs formés par des lames de mica, M. Bouthy avait émis l'opinion que les phénomènes de charge résiduelle présentés par les condensateurs s'expliqueraient bien en admettant que le mica est polarisé quand il est dans un champ électrique et qu'il conserve encore quelque chose de cette polarisation quand il est mis en dehors du champ; cette polarisation disparaîtrait ensuite graduellement. Or ce n'est pas là une simple hypothèse, car M. Pellat a depuis montré expérimentalement qu'un diélectrique placé pendant quelque temps dans un champ électrique, puis retiré de ce champ, est polarisé et que sa polarisation diminue avec le temps et finit par disparaître.

Voici comment l'expérience a été faite :

Le diélectrique employé a été l'ébonite de belle qualité. Pour diverses raisons, on ne pouvait songer à manifester l'état de polarisation en fendant avec une scie un bloc d'ébonite polarisé; aussi le bloc a été, en quelque sorte, fendu à l'avance. A cet effet, celui-ci était constitué par deux lames d'ébonite rectangulaires rodées avec soin de façon à s'appliquer exactement l'une sur l'autre. Chacune de ces lames possédait un manche en ébonite dans le prolongement de la lame. Après avoir désélectrisé les lames en les passant au-dessus d'un réchaud à gaz allumé, on constituait le bloc en les posant l'une sur l'autre, les faces rodées étant en contact,

(1) Voir la Note C, n° 4, à la fin de l'Ouvrage.

tales d'un condensateur plan A. Les armatures de ce dernier déformaient largement les lames et étaient recouvertes chacune d'une très mince lame d'ébonite pour empêcher l'électrisation du bloc d'ébonite par contact ou par aigrettes.

Par le jeu d'un commutateur, les deux armatures, primitivement en communication, étaient reliées respectivement aux deux armatures d'une batterie fortement chargée. Le bloc d'ébonite se trouvait ainsi dans un champ uniforme qu'on laissait agir un certain temps (de trente à cent vingt secondes). On ramenait ensuite, par le jeu du commutateur, les deux armatures A au même potentiel.

On enlevait aussitôt par son manche la lame inférieure, fendant ainsi en deux moitiés le bloc d'ébonite, et l'on portait cette lame dans un petit condensateur plan B, à armatures juste assez distantes pour qu'on puisse introduire la lame sans frottement. L'une des armatures de B communiquait avec une conduite de gaz, l'autre avec l'aiguille d'un électromètre à quadrants.

Aussitôt la lame introduite dans le condensateur B, on voyait l'aiguille dévier; si alors on introduisait la lame à nouveau après l'avoir retournée de façon à présenter l'autre face vis-à-vis de l'armature communiquant avec l'aiguille de l'électromètre, on voyait celle-ci dévier de l'autre côté du zéro, indiquant ainsi que les faces de la lame d'ébonite étaient chargées d'électricités contraires. A chaque nouveau retournement la déviation de l'aiguille changeait de sens; mais ces déviations devenaient de plus en plus faibles avec le temps et, au bout de quelques minutes, étaient insensibles : la polarisation s'affaiblit avec le temps et finit par disparaître.

Du reste, si au sortir de A et avant de placer la lame en B l'on introduisait celle-ci dans un cylindre de Faraday communiquant avec l'aiguille, on n'avait aucune déviation, ce qui prouvait que les charges de signes contraires qu'on pouvait ensuite constater sur les faces de la lame, en l'introduisant dans B, étaient en quantités égales.

L'intensité de la polarisation augmente jusqu'à une certaine limite avec le temps pendant lequel on laisse agir le champ; elle ne se produit donc pas instantanément, mais graduellement.

Cette polarisation, acquise par les diélectriques qui ont été

places dans un champ électrique, explique un certain nombre de phénomènes qu'on ne savait à quoi attribuer, tels que la conductibilité apparente des diélectriques, grande au début et diminuant avec la durée de l'expérience, la variation apparente du pouvoir inducteur spécifique avec le temps pendant lequel le diélectrique est soumis à l'action du champ, dont nous avons parlé plus haut (nº 1), etc. Nous nous bornerons ici à montrer comment la polarisation explique la charge résiduelle des condensateurs.

10. Charge résiduelle. — Lorsqu'on décharge une bouteille de Leyde, en faisant communiquer ses armatures pendant un instant, et qu'on l'abandonne à elle-même, on constate qu'au bout de quelque temps elle a repris une nouvelle charge de même sens que la première, mais beaucoup plus faible. On peut ainsi obtenir successivement plusieurs étincelles de décharge de plus en plus faibles. Ce sont ces charges qui réapparaissent après une première décharge qu'on désigne sous le nom de *charges résiduelles* ou de *résidus*.

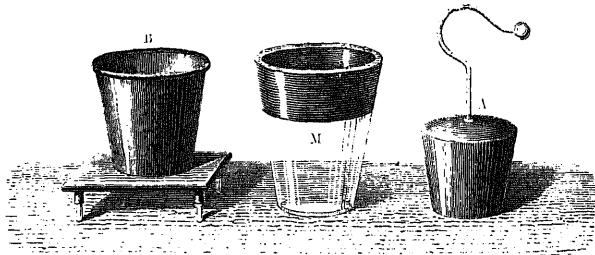
Pour expliquer ce phénomène, considérons un condensateur dont les armatures sont séparées par une couche d'air du diélectrique solide (ce serait la même chose si le diélectrique touchait les armatures). Dans le champ qui existe entre les armatures quand le condensateur est chargé, le diélectrique se polarise; cette polarisation, qui n'est pas instantanée, augmente jusqu'à une certaine limite avec le temps.

Lorsque l'on décharge le condensateur en faisant communiquer métalliquement les armatures, les quantités d'électricité développées par polarisation à la surface du diélectrique retiennent, par influence, une certaine quantité d'électricité sur les armatures, de sorte que la décharge n'est pas complète. Mais le champ a disparu à l'intérieur du diélectrique, ou même, si les armatures ne touchent pas le diélectrique, est renversé comme sens en ayant, du reste, une valeur très faible; le diélectrique se dépolarise alors et libère une portion de plus en plus grande de l'électricité des armatures, que l'on peut décharger à nouveau; et ainsi de suite.

11. La charge d'un condensateur se porte sur la surface du diélectrique solide qui sépare les armatures. — A côté de ce phé-

senter avec lui quelque analogie et qui cependant en est complètement distinct. Lorsque l'on charge un condensateur démontable, on peut constater que les électricités ont quitté les armatures métalliques, et se trouvent sur les faces opposées du diélectrique solide qui les sépare : des étincelles nombreuses et grêles ont éclaté entre le diélectrique et les armatures, et l'électricité s'est déposée alors sur l'isolant, qu'il soit humide ou qu'il soit sec. On peut, en effet, séparer les armatures, les décharger séparément, puis reformer le condensateur ; on obtient, en réunissant les armatures, une étincelle presque aussi forte que si l'on n'avait pas démonté le condensateur, et d'ailleurs, lorsqu'on décharge séparément les armatures après les avoir écartées de l'isolant, on n'obtient qu'une décharge insignifiante.

Fig. III.



C'est à Franklin qu'est due cette observation. L'expérience se fait dans les cours habituellement avec la bouteille démontable (fig. III) (1).

(1) Pour répéter cette expérience, il faut avoir soin, après avoir chargé la bouteille de Leyde, soit de la placer sur un support isolant (une plaque de parafine ou le gâteau de résine d'un électrophore, par exemple), si l'on veut enlever avec la main l'armature intérieure, soit de se servir d'un crochet soutenu par un manche isolant, si l'on n'a pas isolé la bouteille. Quand on remonte le condensateur, il faut prendre les mêmes précautions. Il est évident, en effet, que si l'armature externe n'est pas isolée et si l'opérateur prend directement avec la main l'armature interne, il recevra la décharge de la bouteille à travers le corps.

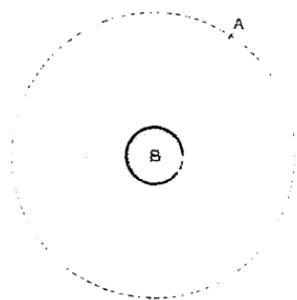
CHAPITRE X.

DE LA LOI ÉLÉMENTAIRE DE COULOMB.

1. **Loi élémentaire de Coulomb.** — Coulomb a établi expérimentalement, au moyen de sa balance de torsion, la loi qui exprime la force agissant entre deux points électrisés plongés dans un diélectrique homogène non électrisé. Avec les connaissances que nous possédonss actuellement, il est facile d'établir cette loi, par laquelle on commence généralement l'exposé de la théorie de l'électrostastique.

Considérons une sphère conductrice électrisée B placée seule dans un diélectrique homogène, indéfini, non électrisé et de pouvoir inducteur spécifique K ; soit m la charge de cette sphère (fig. 112). Par raison de symétrie, les surfaces équipotentielles

Fig. 112.



sont des sphères concentriques à la précédente, et les lignes de forces sont dirigées suivant les rayons de ces sphères. Pour avoir la valeur φ du champ en un point A de l'espace il suffit, comme nous l'avons vu, d'appliquer le théorème de Gauss. Pour cela, traçons la sphère équipotentielle qui passe par A et soit r son rayon; prenons sur cette sphère un petit élément de surface entou-

expression

$$\pm K\varphi ds;$$

le signe $+$ convenant si le champ est dirigé vers l'extérieur de la sphère, et le signe $-$ dans le cas contraire.

Le flux total qui sort de la sphère est donc

$$\pm K\varphi \int ds = \pm 4\pi r^2 K\varphi.$$

et la formule de Gauss donne

$$\pm 4\pi r^2 K\varphi = 4\pi m.$$

Si m est positif, pour que les deux membres aient le même signe, il faut prendre le signe $+$ devant le premier membre, ce qui nous indique que le champ est dirigé vers l'extérieur de la sphère ; si m est négatif, c'est le signe $-$ qui convient, et le champ est tourné vers l'intérieur de la sphère. On a donc, abstraction faite du signe,

$$\varphi = \frac{m}{Kr^2}.$$

Supposons qu'il y ait en A un petit corps électrisé, un point électrisé, dont la charge soit m' , la force qui agit sur ce point est

$$(1) \quad f = \varphi m' = \frac{mm'}{Kr^2}.$$

Le sens est d'ailleurs facile à trouver : si m est positif, le champ est centrifuge ; donc, si m' est positif, la force est répulsive, et si m' est négatif elle est attractive ; c'est l'inverse dans le cas de m négatif. Il en résulte que, si les charges m et m' sont de même signe, la force est répulsive ; elle est attractive si les charges sont de signes contraires.

Ce qui vient d'être dit reste vrai quelque petit que soit le rayon de la sphère conductrice. D'ailleurs, si, en partant du cas d'une sphère de rayon infiniment petit, la surface se déforme de façon que ses dimensions linéaires restent infiniment petites vis-à-vis de la distance r , ou même si la charge m est distribuée à l'intérieur d'un diélectrique limité au même contour, il n'en résulte aucune modification du champ : la force qui agit sur m' est toujours

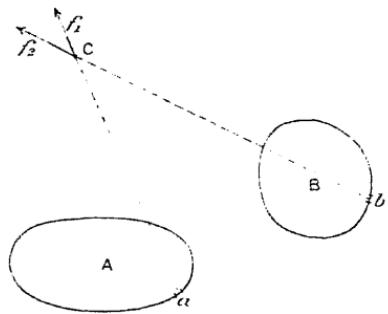
Coulomb.

La force f dépend, comme on le voit, du pouvoir inducteur spécifique K du milieu qui sépare les points électrisés; la loi n'est donc plus applicable s'il existe plusieurs diélectriques de pouvoirs inducteurs distincts.

Dans les conditions ordinaires, la loi est toujours vraie si le diélectrique est uniquement l'air, car il peut être considéré comme un diélectrique sensiblement homogène.

2. Remarque sur l'application de la loi élémentaire de Coulomb. — Considérons un point C dans le champ dû à plusieurs conducteurs électrisés A , B , etc., placés dans l'air (fig 113), et supposons une charge m' placée en C . Considérons, d'autre part, un élément a de la surface d'un des conducteurs et soit m_1 la charge de cet élément. Si les charges m' en C et m_1 en a existaient seules et s'il n'y avait que de l'air entre elles et autour d'elles, la loi de Coulomb s'appliquerait et l'on obtiendrait pour l'action de a sur C une force f_1 dirigée suivant aC et égale à $\frac{m_1 m'}{K r_1^2}$, en appelant r_1 la distance aC . De même, si nous considérons un autre élément b de la surface des conducteurs, sous les mêmes réserves, nous obtiendrions comme action de b sur C une force f_2 dirigée suivant bC et égale à $\frac{m_2 m'}{K r_2^2}$, et ainsi de suite pour tous les éléments de la surface des conducteurs électrisés. Or, ce qu'il y a de remarquable, c'est que la résultante de toutes ces forces f_1 , f_2 , etc., ainsi calculée

Fig. 113.



électrisés sur la charge m' placée en C; car, en admettant qu'il en est ainsi, on trouve des conséquences qui sont bien vérifiées par l'expérience et qui, d'ailleurs, sont les mêmes que celles qu'on peut déduire des lois établies dans ce cours par une autre voie.

Or remarquons l'hypothèse que l'on fait en procédant ainsi : il n'est nullement évident qu'on puisse déduire de la loi élémentaire de Coulomb, établie soit théoriquement, soit par les expériences de ce grand physicien, l'action de l'élément de surface a ou b sur C, puisque : 1^o il y a entre a et C ou b et C, autre chose que de l'air; 2^o parce que les charges de a ou de b ne sont pas seules dans le champ.

C'est cette difficulté qui se rencontre au début de la théorie des phénomènes électrostatiques déduits de la loi de Coulomb, et plus encore l'inexactitude de cette loi dans le cas de plusieurs diélectriques qui m'ont engagé à fonder sur d'autres bases l'Électrostatique.

Mais, cette réserve étant faite sur la rigueur du raisonnement, dans le cas très fréquent où l'air est le seul diélectrique existant entre les conducteurs, puisqu'en raisonnant à partir de la loi de Coulomb, comme il a été rappelé ci-dessus, on arrive à des conclusions exactes, il devient légitime de se servir de ce mode de raisonnement qui est commode dans certains cas.

C'est ainsi qu'on déduit de la loi de Coulomb, dans le cas particulier indiqué, qu'en prenant comme zéro de potentiel celui d'un point situé à l'infini des charges qui constituent le champ, le potentiel d'un point du champ est donné par

$$V = \frac{1}{K} \sum \frac{m}{r},$$

en représentant par r la distance au point considéré d'un point du champ possédant une charge m (¹).

(¹) Rappelons la démonstration de ce théorème.

Le potentiel d'un point A avec le zéro adopté est, par définition, le quotient par la charge m' du travail de la force électrique agissant sur un point M possédant cette charge m' lorsqu'il voyage du point A jusqu'au point C de l'infini.

Supposons d'abord qu'il n'y ait qu'un seul point O, possédant une charge positive m , pour constituer ce champ. En appelant f la force électrique provenant

Cette relation est souvent utile : en particulier, elle montre immédiatement que, si l'on augmente les charges positives dans le voisinage du point considéré, son potentiel augmente, tandis qu'il diminue si l'on augmente les charges négatives.

de O_1 et agissant sur M , lorsque ce point est à une distance r de O_1 , et r_1 la distance O_1A , le travail cherché est donné, comme on le sait, par

$$W = \int_{r_1}^{\infty} f dr = \int_{r_1}^{\infty} \frac{m_1 m'}{K r^2} dr = \frac{m_1 m'}{K r_1}.$$

Il est aisé de voir que cette relation subsiste encore si, au lieu d'une charge positive, O_1 possède une charge négative de même valeur absolue, car W change de signe sans changer de valeur absolue, et il en est de même de $\frac{m_1 m'}{K r_1}$.

Supposons, maintenant, au lieu d'un seul point O , chargé constituant le champ, que nous ayons une série de points O_1, O_2, O_3 , etc., possédant des charges m_1, m_2, m_3 , etc., qui peuvent être les différents points de la surface de conducteurs électrisés, situés à des distances r_1, r_2, r_3 , etc., du point A . En admettant que la force agissant alors sur M est la résultante des forces que donneraient isolément les points O_1, O_2, O_3 , etc., si chacun existait seul comme point électrisé, et en se rappelant que le travail de la résultante est la somme des travaux des composantes, on a immédiatement pour le travail W de la force qui agit sur M , quand ce point va de A au point C de l'infini,

$$W = \frac{m_1 m'}{K r_1} + \frac{m_2 m'}{K r_2} + \frac{m_3 m'}{K r_3} + \dots = \frac{m'}{K} \sum \frac{m}{r},$$

d'où, pour le potentiel du point A ,

$$V = \frac{W}{m'} = \frac{1}{K} \sum \frac{m}{r}.$$

CHAPITRE XI.

LOIS D'OHM, DE KIRCHHOFF ET DE JOULE.

C'est en 1827 qu'Ohm a établi, par des considérations théoriques, les lois qui portent son nom et qui expriment la relation existant entre la différence de potentiel que présentent les extrémités d'un conducteur parcouru par un courant électrique, l'intensité même de ce courant et certaines qualités du conducteur. Ces lois n'attirèrent pas beaucoup l'attention tout d'abord ; ce qui explique que, huit ans plus tard, Pouillet, sans avoir connaissance des travaux d'Ohm, les ait retrouvées et établies expérimentalement.

Nous allons établir expérimentalement aussi ces lois, mais par une méthode différente de celle de Pouillet, et nous établirons en même temps les lois de Kirchhoff sur les courants dérivés, qui en sont inséparables.

1. Courant électrique. — Rappelons d'abord ce qu'est un *courant électrique*. Considérons, à cet effet, une pile d'un certain nombre d'éléments ; soient A et B les pôles de cette pile. L'équilibre de la pile exige qu'un de ses pôles soit à un potentiel plus élevé que l'autre. Réunissons maintenant les deux pôles par un fil, que nous supposerons, pour plus de simplicité, de même nature que les pôles. Dans le cas de l'équilibre électrique, tous les points du fil conducteur doivent être au même potentiel et, par conséquent, l'équilibre du fil exige que les pôles A et B soient au même potentiel. L'équilibre électrique, exigeant ainsi deux conditions contradictoires, est impossible, et l'électricité doit être constamment en mouvement dans le fil conjonctif AB : celui-ci est le siège d'un *courant électrique*.

Rappelons : 1^o que tous les phénomènes où il y a mouvement d'électricité peuvent s'interpréter en supposant qu'une des électricités reste en place et que l'autre seule voyage ; 2^o que l'on con-

intensité de ce courant.

2. Extension de la notion de potentiel dans le cas de l'électricité en mouvement. — Jusqu'ici nous n'avons défini le potentiel que dans le cas de l'équilibre électrique. Voici comment on peut simplement étendre cette notion importante au cas où l'électricité est en mouvement.

Supposons qu'à une époque t nous immobilisions par la pensée ces charges électriques dans la position où elles se trouvent, de façon à substituer à l'état de mouvement un état d'équilibre, si nous supposons, en outre, que les corps qui étaient conducteurs sont devenus subitement isolants. Le potentiel en chaque point du champ a alors une valeur bien définie; c'est cette valeur que nous prendrons, par définition, pour la valeur du potentiel à l'époque t dans l'état de mouvement.

Qu'il y ait repos ou mouvement de l'électricité, le quotient de la force électrique f qui agit sur un point P chargé d'une quantité m d'électricité par cette quantité m est une grandeur indépendante de m , à laquelle nous donnons encore le nom de *valeur du champ* ou, mieux, de *valeur du champ total*, pour le distinguer les champs partiels que nous allons considérer.

Dans le cas de mouvement, cette valeur du champ n'a plus pour composantes X , Y et Z , les dérivées partielles du potentiel par rapport aux coordonnées. Ces dérivées partielles du potentiel sont les composantes de ce qu'on appelle la *valeur du champ électrostatique*. Mais, pour avoir la valeur du champ total, il faut composer avec la valeur du précédent celle du champ *d'induction électrique* dû au mouvement de l'électricité.

Montrons par un exemple l'importance de ce dernier champ : Dans le cas de l'équilibre électrique, le potentiel a même valeur en tous les points d'un corps conducteur homogène; cela n'est plus vrai, en général, s'il y a mouvement électrique dans le voisinage du conducteur en équilibre. Considérons, en effet, une bobine

sur laquelle sont enroulés deux fils de cuivre différents recouverts de soie pour en isoler les spires (*bobine d'induction*). Si nous faisons passer dans un des fils (*fil inducteur*) un courant dont l'intensité i est une fonction linéaire du temps t

$$i = at + b,$$

au bout d'un temps très court, le second fil (*fil induit*), dont nous supposons les extrémités libres, aura atteint un état d'équilibre. Or, les différents points de ce fil ne sont pas alors au même potentiel : le champ électrostatique n'est pas nul le long du fil ; mais le champ d'induction lui est égal et directement opposé, en sorte que le champ total est nul, condition nécessaire à l'équilibre dans un conducteur homogène.

Le champ d'induction n'existe que si l'intensité du courant n'est pas constante ; si elle devient constante, le champ électrostatique subsiste seul. Remarquons encore que le phénomène d'induction n'est vraiment intense que si les variations de l'intensité du courant qui en sont la cause sont très brusques ; avec des courants lentement variables le champ d'induction est très faible et le plus souvent négligeable. Dans tout ce que nous allons voir ici à propos des lois d'Ohm et de Kirchhoff, ce champ d'induction sera nul ou négligeable et, par conséquent, le champ se réduisant au champ électrostatique, dérivera du potentiel. En particulier, quand il y aura équilibre dans un conducteur homogène, tous ses points seront au même potentiel.

Par conséquent, si nous faisons communiquer deux points A et B d'un conducteur traversé par un courant, par des fils métalliques de même nature, avec les quadrants pairs et impairs d'un électromètre, ceux-ci prendront une différence de potentiel égale à la différence de potentiel des points A et B, si en A et en B les conducteurs sont de même nature. Qu'ils soient de nature différente ou de même nature, la différence de potentiel des quadrants ne variera que si la différence de potentiel entre A et B varie, et la variation de la différence de potentiel des quadrants sera la même que celle des points A et B : l'électromètre la mesurera.

3. Sens du courant fourni par une pile. — Si un conducteur homogène n'est pas au même potentiel en tous ses points, il est

croissants. Par conséquent, l'électricité positive se déplacera dans le sens du champ, c'est-à-dire ira des points où le potentiel est le plus élevé aux points où il est le plus bas.

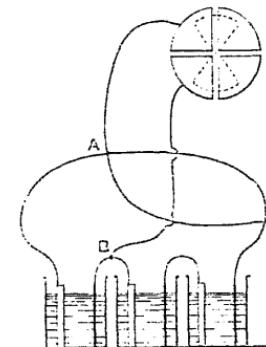
Cette remarque faite, considérons une pile dont les pôles A et B sont réunis par un fil métallique homogène; le courant, dans ce fil, ira du pôle positif A (pôle au plus haut potentiel) au pôle négatif B (pôle au plus bas potentiel).

L'électricité positive arrivée en B s'y arrêtera-t-elle? Évidemment non; car, dans ce cas, il se produirait rapidement une égalisation des potentiels des deux pôles A et B, ce qui est contraire à l'équilibre de la pile : l'électricité positive ira donc, à l'intérieur de la pile, du pôle négatif B au pôle positif A.

Ainsi, le courant qui va du pôle positif au pôle négatif à l'extérieur de la pile, va du pôle négatif au pôle positif à son intérieur, *en servant ainsi partout le même sens le long du circuit fermé.*

4. L'intensité d'un courant est la même en tous les points d'un circuit fermé non bifurqué. — Considérons une pile dont les pôles sont réunis par un conducteur quelconque; ce circuit est en général le siège d'un courant. Mettons deux points quelconques A et B du circuit en communication avec les quadrants pairs et impairs d'un électromètre (*fig. 114*). Au bout d'un temps très court,

Fig. 114.



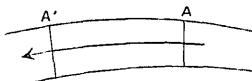
l'aiguille prend une position invariable, ce qui indique que la différence de potentiel entre les points A et B ne varie pas avec le temps.

circuit reste constante quand le courant passe.

On peut déduire de là que l'intensité du courant est la même en tous les points d'un même conducteur tant qu'il ne se bifurque pas.

Considérons, en effet, deux sections voisines A et A' du conducteur fermé (fig. 115); s'il entrat plus d'électricité positive en A qu'il n'en sort en A' dans le même temps, la quantité d'électricité positive irait en augmentant dans le tronçon AA'. En vertu de

Fig. 115.



la loi de la conservation de l'électricité, elle irait alors en diminuant dans un autre tronçon BB' du même circuit. Or, il résulterait de là que le potentiel de AA' croîtrait, tandis que le potentiel de BB' décroîtrait, et, par conséquent, que la différence de potentiel des points A et B ne resterait pas constante; ce qui est contraire à l'expérience. On démontrerait de même qu'il ne peut pas entrer moins d'électricité positive en A qu'il n'en sort en A' dans le même temps.

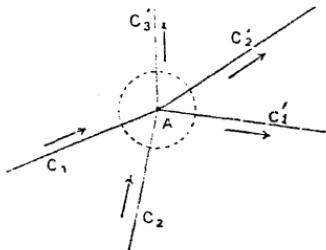
Les quantités d'électricité positive qui passent ainsi dans le même temps en A et A' étant les mêmes, l'intensité du courant ($\frac{dm}{dt}$) est la même en A et en A'. De proche en proche on démontrerait ainsi que l'intensité du courant est, au même moment, la même à travers toutes les sections du conducteur jusqu'à ce que celui-ci se bifurque.

Dans le cas d'une pile dont les éléments sont disposés en tension et dont les pôles sont réunis par un seul fil conducteur non dérivé, comme il n'y a aucune bifurcation, l'intensité du courant est la même dans tout le circuit, aussi bien à l'intérieur de la pile qu'à l'extérieur.

5. Première loi de Kirchhoff. — Nous pouvons déduire aussi de l'expérience précédente une conséquence importante quand il y a bifurcation du circuit.

intensités des courants qui parcourent C_1 , C_2 et qui s'approchent

Fig. 116.



du point A, i'_1 , i'_2 et i'_3 celles des courants qui parcourent C'_1 , C'_2 , C'_3 et qui s'éloignent de A. Nous allons démontrer que l'on a

$$i_1 + i_2 = i'_1 + i'_2 + i'_3.$$

C'est la première loi de Kirchhoff.

Imaginons, en effet, une surface fermée entourant le point A et coupant tous les conducteurs; il ne peut pas y avoir accumulation ou diminution d'électricité positive pour les portions des conducteurs qui se trouvent à l'intérieur de cette surface, comme nous l'avons vu; si donc on appelle dm_1 , dm_2 , dm'_1 , dm'_2 , dm'_3 les quantités d'électricité qui, pendant le temps dt , traversent cette surface sur les conducteurs C_1 , C_2 , C'_1 , C'_2 et C'_3 , on a

$$dm_1 + dm_2 = dm'_1 + dm'_2 + dm'_3.$$

Divisons par dt , il vient

$$\frac{dm_1}{dt} + \frac{dm_2}{dt} = \frac{dm'_1}{dt} + \frac{dm'_2}{dt} + \frac{dm'_3}{dt},$$

'est-à-dire

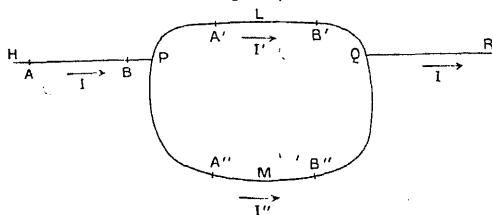
$$i_1 + i_2 = i'_1 + i'_2 + i'_3.$$

6. Première loi d'Ohm. — **Mesure relative de l'intensité des courants.** — **Résistance.** — Nous allons d'abord établir par expérience que la différence de potentiel qui existe aux deux extrémités d'un conducteur cylindrique homogène est proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse.

Prenons d'abord, au moyen d'un électromètre à quadrants, la

cylindrique homogène traverse par un courant, en joignant respectivement par des fils métalliques de même nature les points A et B aux quadrants pairs et impairs. Répétons ensuite la même mesure avec deux autres points A' et B' du même conducteur traversé par le même courant; si la longueur du conducteur comprise entre A' et B' est la même que celle comprise entre A et B, on trouve la même différence de potentiel. Ainsi, pour des longueurs égales de conducteurs identiques traversés par le même courant, la différence de potentiel des extrémités est la même. Considérons maintenant un conducteur homogène bifurqué (fig. 117), les parties

Fig. 117.



dérivées PLQ, PMQ étant identiques comme nature et comme diamètre à la partie HP. Si nous désignons par I, I' et I'' les intensités des courants qui passent dans HP, PLQ et PMQ, on a, d'après la première loi de Kirchhoff,

$$(1) \quad I = I' + I''.$$

Si nous prenons maintenant trois longueurs AB, A'B' et A''B'' égales sur HP, PLQ et PMQ; et que nous mesurions les différences de potentiels V , V' et V'' des extrémités de chacun de ces trois tronçons, nous trouverons qu'on a toujours

$$(2) \quad V = V' + V'',$$

quelles que soient les longueurs relatives des deux branches dérivées. Cette expérience nous montre, d'abord, que deux conducteurs homogènes cylindriques AB et A'B', identiques comme nature, comme diamètres et comme longueurs, étant traversés par des courants d'intensités différentes ($I' < I$), possèdent à leurs extrémités des différences de potentiel qui ne sont pas les mêmes ($V' < V$), la différence de potentiel étant plus faible quand l'in-

que l'intensité augmente, la différence de potentiel des extrémités d'un conducteur cylindrique homogène augmente aussi. En particulier, on en conclut que si aux extrémités de deux conducteurs cylindriques homogènes et identiques on trouve des différences de potentiels égales, ces conducteurs sont traversés par des courants de même intensité.

Cette remarque faite, il est aisément déduit de l'expérience ci-dessus la première loi d'Ohm. Supposons, en effet, que l'on ait pris les deux branches dérivées PLQ et PMQ de longueurs égales ; dans ce cas, l'expérience montre qu'on a $V' = V''$; d'où nous concluons à $I' = I''$, en vertu de ce que nous venons d'exposer. Les relations (1) et (2) deviennent dans ce cas

$$I = 2I'', \quad V = 2V'',$$

où

3)

$$\frac{V}{V''} = \frac{I}{I''} = 2.$$

Ainsi, la loi est démontrée dans le cas où le rapport des intensités est 2.

Poursuivons ; supposons qu'on ait donné à PMQ une longueur double de PLQ ; dans ce cas, l'expérience prouve qu'on a

$$V' = 2V'',$$

où, en vertu de (3),

$$I' = 2I'',$$

les relations (1) et (2) deviennent alors

$$I = 3I'', \quad V = 3V'',$$

où

$$\frac{V}{V''} = \frac{I}{I''} = 3.$$

Ainsi la loi est démontrée quand le rapport des intensités des courants est 3 ; et ainsi de suite, on démontrerait par le même raisonnement la loi quand le rapport des intensités est un nombre entier n .

La proportionnalité démontrée dans le cas de rapports entiers s'étend au cas où le rapport est fractionnaire. Supposons, en effet, que les intensités des deux courants soient dans le rapport $\frac{p}{q}$,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{p}{q}.$$

Supposons le même conducteur cylindrique homogène traversé par un courant d'intensité I égale à la fraction $\frac{1}{p}$ de I_1 ; on aura

$$I_1 = pI, \quad I_2 = qI.$$

Si V , V_1 et V_2 sont les différences de potentiel que donnent les courants I , I_1 et I_2 aux extrémités de ce conducteur, on a, d'après ce qui précède,

$$V_1 = pV, \quad V_2 = qV,$$

d'où

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p}{q} = \frac{I_1}{I_2}.$$

Enfin, on démontrerait par le raisonnement habituel que cette relation, restant vraie quels que soient p et q , est encore exacte quand le rapport des intensités est incommensurable.

La première loi d'Ohm permet de mesurer en valeur relative les intensités des courants : on met dans le circuit un fil cylindrique homogène ; pour comparer les intensités de deux courants traversant le fil successivement, il suffit de mesurer la différence de potentiel à ses extrémités dans les deux cas.

Nous allons maintenant généraliser le résultat que nous venons d'obtenir et l'étendre au cas de conducteurs de forme quelconque.

Dans tout conducteur parcouru par un courant il existe des surfaces équipotentielles dont on peut déterminer expérimentalement la position. Il suffit, à cet effet, de mettre un point en communication avec une des paires de quadrants et de chercher, à l'aide d'un fil relié à l'autre paire, tous les points qui donnent même déviation de l'aiguille. On peut ainsi constater expérimentalement la forme des surfaces équipotentielles dans le cas d'un conducteur liquide, et, dans le cas d'un conducteur solide, la forme de la ligne d'intersection de la surface équipotentielle et de la surface du conducteur. Or on constate que la forme des surfaces équipotentielles ne dépend pas de l'intensité du courant.

Supposons un conducteur homogène P de forme quelconque

Prenons deux points A et B du conducteur P et mesurons leur différence de potentiel V_1 ; mesurons de même la différence de potentiel V'_1 entre deux points A' et B' du fil Q. Changeons l'intensité du courant, les différences de potentiel entre les mêmes points que précédemment deviennent alors V_2 et V'_2 . L'expérience montre que l'on a

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V'_1}{V'_2}.$$

Or nous avons vu qu'en appelant I_1 et I_2 les intensités des courants, on a

$$\frac{V'_1}{V'_2} = \frac{I_1}{I_2},$$

où

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_1}{I_2}.$$

La différence de potentiel entre deux points d'un conducteur homogène quelconque est proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse. C'est la première loi d'Ohm.

Cette loi ne s'applique que dans le cas des courants d'intensité constante : elle ne serait plus exacte à cause des phénomènes d'induction dans le cas de courants rapidement variables.

On a donc

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_3}{I_3} = \dots$$

Ce rapport constant s'appelle la *résistance R* de la portion du conducteur homogène limitée par les deux surfaces équivalentes passant par les deux points considérés. La loi d'Ohm s'exprime donc par la relation

$$V = RI.$$

Si le conducteur n'est pas homogène ; si, par exemple, il est formé de métaux placés bout à bout, il faut considérer séparément chaque conducteur homogène ; la résistance totale R est, par définition, la somme des résistances de chaque conducteur homogène.

7. Deuxième loi d'Ohm. — Résistance d'un fil cylindrique homogène. — La résistance d'un fil cylindrique homogène varie

La résistance d'un fil cylindrique homogène est proportionnelle à la longueur l du fil et inversement proportionnelle à sa section s . Désignons par ρ un coefficient de proportionnalité, dépendant de la nature du conducteur; la deuxième loi s'exprime par la relation

$$(1) \quad R = \rho \frac{l}{s}.$$

Cette loi s'établit expérimentalement :

1^o En mesurant la différence de potentiel entre les extrémités de longueurs différentes prises sur un même fil cylindrique homogène parcouru par un courant d'intensité constante;

2^o En mesurant la différence de potentiel aux extrémités de longueurs égales de deux conducteurs cylindriques de même substance, ayant des sections différentes, placés à la suite l'un de l'autre dans le même circuit.

La quantité ρ qui entre dans la relation (1) représente la résistance d'un conducteur ayant pour longueur l'unité et pour section l'unité. On l'appelle la *résistance spécifique* ou la *résistivité* de la substance qui constitue le conducteur.

La résistivité est très variable d'une substance à une autre; l'argent et le cuivre présentent les plus faibles résistivités; le fer, le plomb ont une résistivité 7 fois et 14 fois plus grande que l'argent et certains alliages 50 fois plus grande. Les liquides acides ou salins conduisent l'électricité, mais ont une résistivité en moyenne un million de fois plus grande que celle des métaux et qui augmente de plus en plus quand la quantité de sel ou d'acide dissoute dans l'eau diminue de plus en plus.

Plus on se rapproche des corps isolants et plus la résistivité est grande; pour un corps parfaitement isolant la résistivité serait infinie.

8. Loi de Joule.— Tout conducteur traversé par un courant électrique s'échauffe : le courant crée de la chaleur dans le conducteur.

Pour pouvoir à définir, d'une façon générale, la grandeur dési-

née sous le nom de *force électromotrice* qui figure dans la relation d'Ohm, il est nécessaire de connaître la relation qui donne la quantité de chaleur créée dans un conducteur par le passage d'un courant, c'est-à-dire de connaître la *loi de Joule*. Elle s'énonce ainsi :

L'énergie calorifique W⁽¹⁾ créée par le passage du courant dans un conducteur est le produit de la résistance R de celui-ci par le carré de l'intensité du courant I et par le temps T.

$$W = RI^2T.$$

Cette loi a été établie expérimentalement, à un facteur constant près, par Joule en plongeant dans un calorimètre des fils conducteurs de résistance connue traversés par des courants d'intensité connue en valeurs relatives.

On peut l'établir *a priori*, en s'appuyant sur les lois que nous connaissons déjà de la façon suivante :

Remarquons que, quelle que soit la cause qui produit le courant, la quantité d'énergie calorifique créée pour un même conducteur et une même intensité de courant doit être la même dans le même temps.

Pour trouver alors la relation cherchée en nous appuyant sur les lois déjà établies, supposons qu'un conducteur homogène relie les deux armatures d'un condensateur chargé. L'électricité positive s'écoule à travers le conducteur de l'armature au plus haut potentiel vers l'autre, en produisant un courant dont l'intensité I est donnée par

$$I = -\frac{dM}{dt},$$

M étant la charge de l'armature positive à l'époque t considérée. Choisissons un condensateur dont la capacité C est indépendante de la température; alors :

1^o L'excès de son énergie quand il est chargé sur son énergie

(1) Rappelons que l'énergie calorifique W est égale au produit par l'équivalent mécanique de la chaleur J du nombre q de calories correspondant :

$$W = Jq.$$

à l'état déchargé, les autres conditions restant les mêmes, est

$$\frac{1}{2} \frac{M^2}{C};$$

2º La décharge n'entraîne aucune création ou destruction d'énergie calorifique dans le condensateur (Chap. VI, n° 3).

A l'époque t , l'intensité du courant est liée à la différence de potentiel V des extrémités du conducteur, la même que celle des armatures, par la relation d'Ohm, si l'on suppose le courant assez lentement variable avec le temps pour négliger les phénomènes d'induction :

$$(3) \quad V = IR.$$

Or, pendant le temps dt , l'énergie électrique du condensateur varie de

$$d\left(\frac{1}{2} \frac{M^2}{C}\right) = \frac{M dM}{C} = V dM;$$

c'est une diminution d'énergie, puisque dM est négatif.

L'énergie du système restant constante, rien d'extérieur n'agissant sur lui par hypothèse, il faut qu'il y ait création d'une quantité égale d'une autre forme de l'énergie, qui ne peut être que l'énergie calorifique dW créée dans le fil; on a donc

$$(4) \quad dW = -V dM,$$

d'où, en vertu de (2) et de (3),

$$(5) \quad dW = I R \cdot I dt = R I^2 dt.$$

Ainsi, quelle que soit la cause qui produit le courant, la quantité d'énergie calorifique créée pendant un temps infiniment petit dt , est donnée par la relation (5). Si le courant conserve une intensité constante I pendant un temps T , l'intégration de la relation (5) donne

$$W = R I^2 T,$$

ce qui est la relation de Joule.

On peut étendre aisément cette relation au cas de conducteurs hétérogènes : la somme des énergies calorifiques W créée dans les divers tronçons homogènes du conducteur est, d'après la rela-

$$W = R_1 I^2 t + R_2 I^2 t + R_3 I^2 t + \dots = RI^2 t,$$

nt la résistance totale, somme, par définition, des résistances R_1, R_2, R_3, \dots de chaque tronçon homogène.

Force électromotrice. — On comprend sous le nom général *électromoteur* tout système capable de mettre l'électricité en mouvement. Un électromoteur est traversé par une quantité d'électricité à laquelle il communique une certaine quantité d'énergie, *énergie électrique du courant*. Cette énergie se transforme presque entièrement en énergie calorifique dans les conducteurs conformément à la loi de Joule; mais elle peut produire aussi d'autres effets. Par exemple, si le courant traverse un électrolyte (sel ou cuivre à l'état liquide) une partie de l'énergie du courant se transforme en énergie chimique; si le courant traverse un moteur électrique, une partie de l'énergie du courant est détruite pour fournir un travail produit par le moteur.

Il est facile de disposer le circuit d'un électromoteur de façon que aucun de ces derniers phénomènes ne se produise et que, par conséquent, toute l'énergie fournie par l'électromoteur au courant se transforme en énergie calorifique, conformément à la loi de Joule. On peut alors, en mesurant celle-ci au moyen d'un calorimètre, connaître l'énergie $W = Jq$ (q nombres de calories recueillies dans le calorimètre et J équivalent mécanique de la chaleur) fournie par l'électromoteur à la quantité M d'électricité qui l'a traversé. D'autre part, on peut mesurer facilement l'intensité du courant et le temps pendant lequel celui-ci a traversé le circuit de l'électromoteur; on en déduit la quantité M .

On trouve ainsi que, pour un électromoteur restant identique à l'autre et fonctionnant dans les mêmes conditions, *il existe un rapport indépendant de l'intensité du courant entre l'énergie communiquée à la quantité d'électricité M qui l'a traversé et la quantité d'électricité*; ce rapport constant $\frac{W}{M}$ s'appelle la *force électromotrice* E de l'électromoteur.

$$E = \frac{W}{M}.$$

électromoteurs différents ayant chacun leur force électromotrice propre. Si tous ces électromoteurs tendent à faire circuler dans le même sens l'électricité positive, on dit qu'ils sont *associés en tension*; dans ce cas, la force électromotrice totale du circuit est la somme arithmétique des forces électromotrices des divers électromoteurs. Mais il peut se faire que deux électromoteurs soient disposés dans le même circuit, de façon qu'ils tendent à faire circuler l'électricité positive en sens contraire; on dit alors qu'ils sont *associés en opposition*. Que ce soit une pile hydro-électrique ou thermo-électrique, que ce soit un électromoteur fondé sur l'induction, nous justifierons un peu plus loin (n° 12) la proposition suivante :

Si un électromoteur est traversé par un courant de sens inverse à celui qu'il tend à produire, il consomme une quantité de l'énergie du courant électrique égale à celle qu'il fournirait pour la même quantité d'électricité passant en sens inverse.

Tel est le cas d'un vase renfermant un électrolyte et deux électrodes traversés par le courant, qui constitue une véritable pile hydro-électrique dès que l'électrolyse a commencé; tel est le cas d'un moteur électromagnétique, qui est le siège d'un phénomène d'induction lorsqu'il est en activité et constitue un véritable électromoteur. Il résulte de là que deux électromoteurs de forces électromotrices E_1 et E_2 , associés en opposition, équivalent, pour la force électromotrice, à un seul électromoteur doué d'une force électromotrice E égale à la différence des deux forces électromotrices E_1 et E_2 et dans le sens de la plus grande des deux.

En définitive, la force électromotrice totale dont un circuit est le siège est égale à la somme algébrique des forces électromotrices des électromoteurs traversés par le même courant en considérant comme positives les forces électromotrices qui tendent à produire un courant dans le sens même de celui qui les traverse et comme négatives les forces électromotrices qui tendent à produire un courant de sens inverse.

10. Relation d'Ohm. — Soient divers électromoteurs placés

un même circuit fermé et traversés par un même courant constant; désignons par E_1, E_2, E_3, \dots les forces électromotrices électromoteurs qui tendent à produire un courant dans le sens celui qui les traverse, et par E'_1, E'_2, E'_3, \dots les forces électromotrices de ceux qui tendent à produire un courant de sens inverse. La force électromotrice totale E dans ce circuit fermé est donnée

$$E = (E_1 + E_2 + E_3 + \dots) - (E'_1 + E'_2 + E'_3 + \dots).$$

Ecrivons, conformément au principe de la conservation de l'énergie, que l'énergie fournie par les premiers, pendant qu'une quantité M d'électricité a parcouru le circuit, est égale à la somme des énergies consommées pendant le même temps par les autres électromoteurs et de l'énergie transformée en énergie calorifique dans les conducteurs selon la loi de Joule; nous aurons

$$E_1 M + E_2 M + E_3 M + \dots = E'_1 M + E'_2 M + E'_3 M + \dots + I^2 R t,$$

désignant par R la résistance totale du circuit fermé, par I l'intensité du courant et par t le temps mis par la quantité M d'électricité à parcourir le circuit, d'où

$$M = It.$$

On peut écrire la relation (2)

$$I^2 R t = [(E_1 + E_2 + E_3 + \dots) - (E'_1 + E'_2 + E'_3 + \dots)] M = EM,$$

ou, en simplifiant, en vertu de (3),

$$IR = E$$

$$I = \frac{E}{R}.$$

Telle est la *relation d'Ohm*.

11. Force électromotrice et différence de potentiel des pôles.

Unité de force électromotrice. — Considérons le cas où un seul électromoteur, de force électromotrice E , a ses pôles réunis par un conducteur homogène C .

Désignons, dans ce cas, par V_1 et V_2 les potentiels des deux

pôles, que nous supposons de même nature, par r la résistance du conducteur C , par r' celle de l'électromoteur, de façon que la résistance totale du circuit est $r+r'$, et par I l'intensité du courant produit. En appliquant la loi d'Ohm au conducteur C , et la relation d'Ohm à tout le circuit, on obtient les deux relations

$$V_2 - V_1 = Ir',$$

$$E = I(r+r'),$$

d'où, en divisant membre à membre,

$$\frac{V_2 - V_1}{E} = \frac{r'}{r+r'} = \frac{r}{1+\frac{r}{r'}}.$$

On voit par là que la différence de potentiel des pôles réunis par un conducteur homogène est inférieure à la force électromotrice de l'électromoteur. Mais si la résistance r' de ce conducteur augmente de plus en plus jusqu'à l'infini, $V_2 - V_1$ se rapproche indéfiniment de la valeur de la force électromotrice E . Si l'électromoteur est en circuit ouvert, c'est-à-dire en état d'équilibre électrique, on peut considérer que ses pôles sont réunis par l'air, c'est-à-dire par un conducteur de résistance r' infinie, et la relation ci-dessus donne alors

$$V_2 - V_1 = E.$$

Ainsi la force électromotrice d'une pile ou d'un électromoteur quelconque est égale à la différence de potentiels de ses pôles (de même nature) dans l'état d'équilibre électrique. On voit que la définition que nous avons donnée au début de ce Cours de la force électromotrice d'une pile est bien d'accord avec la définition générale.

On voit aussi que, pour que plusieurs électromoteurs soient associés en tension, il faut qu'ils soient réunis par leurs pôles de noms contraires; que, pour que deux électromoteurs soient en opposition, il faut qu'ils soient réunis par leur pôle de même nom. On voit enfin comment, au moyen d'un électromètre, on peut mesurer la force électromotrice d'un électromoteur quelconque.

D'après ce qui précède, les forces électromotrices se mesurent

les mêmes unités que les différences de potentiel. On voie le plus souvent pour mesurer ces grandeurs une unité, l , dont la définition sera donnée dans le Cours d'électrométisme, mais qui est presque exactement égale à $\frac{1}{300}$ d'unité S. électrostatique de différences de potentiel. C'est à peu la force électromotrice d'un élément Volta (zinc, eau acidulé cuivre).

2. Vérification expérimentale de la relation d'Ohm. — L'électricité permet, comme nous venons de le voir, de mesurer aisément la force électromotrice d'une pile ou d'un électromoteur conque. Il permet également la mesure en valeur relative de la résistance de conducteurs homogènes ainsi que celle des intensités courant (n° 6). On peut donc, en faisant varier d'une façon continue la résistance extérieure à un électromoteur et mesurant l'intensité du courant qu'il produit, vérifier l'exactitude de la relation d'Ohm. Cette vérification a été faite un nombre considérable de fois, et l'on peut dire que la concordance d'une foule de mesures que l'on fait journellement en prouve surabondamment l'exactitude.

Il est du reste la vérification expérimentale de la relation d'Ohm qui montre que la force électromotrice d'un électromoteur est indépendante de l'intensité du courant qui le traverse. Nous avons proposé au n° 9 qu'une expérience directe établissait cette propriété; cette expérience est certainement possible, mais, en réalité, elle n'a probablement jamais été faite, la vérification facile de la relation d'Ohm suffisant à l'établir. C'est aussi la vérification de la relation d'Ohm, dans le cas d'électromoteurs en opposition, qui montre l'exactitude de la proposition énoncée plus haut (n° 9) sur l'énergie consommée par un électromoteur traversé par un courant de sens inverse à celui qu'il tend à produire.

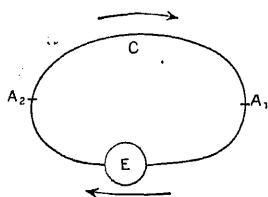
3. Relation d'Ohm en circuit ouvert. — Considérons une portion de circuit non bifurqué dont les extrémités A_1 et A_2 , que nous supposerons de même nature, présentent des potentiels V_1 et V_2 , qui est le siège d'une force électromotrice E , et qui est parcouru par un courant constant d'intensité I dû à une cause quelconque, comme cela peut avoir lieu si le circuit considéré est

en A_1 et A_2 en communication avec d'autres conducteurs, siège ou non de forces électromotrices, dont l'ensemble constitue un ou plusieurs circuits fermés.

Si l'intensité I du courant qui parcourt $A_1 A_2$, la résistance R de ce circuit ouvert et la force électromotrice E dont il est le siège sont déterminées, il en sera de même de la différence de potentiel $V_1 - V_2$ de ses extrémités A_1 et A_2 , quelles que soient les conditions du reste du réseau de conducteurs dont $A_1 A_2$ fait partie. Pour trouver la relation qui existe entre les quatre grandeurs que nous venons d'indiquer, il suffit de se placer dans un cas particulier quelconque.

Pour plus de simplicité, nous choisirons d'abord le cas où les extrémités A_1 et A_2 sont réunies par un conducteur homogène C (fig. 120) de même nature qu'elles et de résistance R' , de façon

Fig. 120.



que l'ensemble forme un circuit unique non bifurqué. En appliquant la loi d'Ohm au conducteur C' , la relation d'Ohm à tout le circuit fermé, et en choisissant les indices 1 et 2 de façon que le courant aille de A_1 à A_2 dans le circuit qui renferme la force électromotrice, on a

$$V_2 - V_1 = IR' \quad \text{et} \quad I(R + R') = E.$$

On tire de ces deux relations

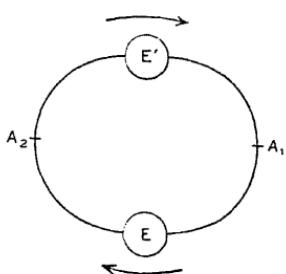
$$(1) \quad IR = E + V_1 - V_2;$$

telle est la relation cherchée, dans le cas où le courant qui parcourt le circuit ouvert considéré est dans le sens où tend à le produire la force électromotrice qui s'y trouve.

Nous allons généraliser cette relation en considérant le cas inverse. Pour cela, supposons que les extrémités A_1 et A_2 du circuit considéré soient reliées par un autre circuit C non bifurqué

que le courant aille encore de A_1 à A_2 à travers le circuit

Fig. 121.



déré; ce courant est, dans le circuit C , du sens de celui que à produire E' , et, par conséquent, dans le circuit considéré as inverse à celui que tend à produire E . On peut appliquer circuit C la relation (1), ce qui donne

$$IR' = E' + V_2 - V_1,$$

appliquant la relation d'Ohm à la totalité du circuit fermé, tient

$$I(R + R') = E' - E \quad \text{ou} \quad IR' = E' - E - IR.$$

bstituant dans (2) et simplifiant, il vient

$$-E - IR = V_2 - V_1 \quad \text{ou} \quad IR = -E + V_1 - V_2.$$

relation (4) ne diffère de la relation (1) que par le signe de E . eut donc conserver dans tous les cas la relation (1), en con- t de considérer comme positive la force électromotrice, si end à produire le courant dans le sens où il circule, et comme tive dans le cas inverse, V_1 représentant toujours le potentiel xtrémité d'où part le courant, et V_2 celui de l'extrémité où tive.

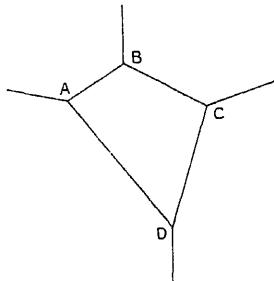
est facile de voir qu'on peut encore appliquer la relation (1) nsidérant comme positive la force électromotrice si elle tend e aller le courant de A_1 en A_2 , et comme négative dans le nverse, à condition de considérer comme positive l'intensité

Rappelons que la relation (1) n'est exacte, en toute rigueur, que si les extrémités A_1 et A_2 sont de même nature; on peut se le rappeler facilement, en remarquant que cette relation est applicable au cas d'un conducteur ne contenant pas de force électromotrice et en équilibre électrique, en faisant $E=0$ et $I=0$ et qu'elle donne alors $V_1=V_2$, ce qui n'est exact, comme nous le savons, que si les extrémités A_1 et A_2 sont de même nature. Ainsi un conducteur formé par un fil de cuivre soudé à un fil de zinc en équilibre électrique est le siège d'une force électromotrice extrêmement faible (*voir* Chap. XII, n° 41), tandis que ses extrémités présentent une différence de potentiel notable.

14. Lois de Kirchhoff. — Les lois de Kirchhoff permettent de résoudre le problème de la distribution des courants dans un circuit quelconque, sous la condition que ces courants soient constants ou assez lentement variables pour que les phénomènes d'induction soient négligeables. Ces lois sont au nombre de deux.

Première loi. — La somme des intensités i des courants qui

Fig. 122.



se dirigent vers le point de concours de plusieurs conducteurs est égale à la somme des intensités i' des courants qui s'en éloignent :

$$(1) \quad \sum i = \sum i'.$$

Cette relation a été établie plus haut (n° 5).

Deuxième loi. — Considérons un circuit fermé ABCD (fig. 122)

de jonction A, B, C, D et contenant ou non des forces motrices. Nous supposons d'abord que tous les sommets C, D sont formés par une même substance conductrice. On alors appliquer à chaque tronçon la relation précédemment e

$$V_1 - V_2 + E = IR,$$

enant, bien entendu, comme positif un certain sens pour intensités et les forces électromotrices : celui, par exemple, mouvement des aiguilles d'une montre ; on obtient

$$V_A - V_B + E_1 = I_1 R_1,$$

$$V_B - V_C + E_2 = I_2 R_2.$$

$$V_C - V_D + E_3 = I_3 R_3,$$

$$V_D - V_A + E_4 = I_4 R_4.$$

faisant la somme, il vient

$$\sum E = \sum IR.$$

us avons supposé que, aux différents points A, B, C, D, il t la même substance conductrice ; si cette condition n'était pas ie, la relation (2) serait encore exacte. En effet, si l'on rempla- es substances qui existent aux points de jonction A, B, C, D un bouton de cuivre, par exemple, on ne changerait ni la valeur E, ni la valeur des résistances, ni la valeur des intensités de nts, et l'on retomberait dans le cas où la relation (2) a été ntrée.

si, dans un circuit fermé quelconque la somme algé- e des forces électromotrices est égale à la somme des uits de l'intensité par la résistance pour chaque région circuit. C'est la seconde loi de Kirchhoff.

deux lois de Kirchhoff sont d'une application continue.

Application des lois précédentes aux courants fournis par les. — **Résistance d'un élément de pile.** — Considérons un élément de pile de force électromotrice E, de résistance inté- r, dont les pôles sont réunis par un conducteur sans force

$$I = \frac{E}{r + r'}.$$

La force électromotrice E de l'élément de pile ne dépend pas, comme nous l'avons vu (Chap. II, n° 10), de ses dimensions géométriques, mais seulement de la nature des conducteurs qui la constituent. Mais la résistance r de la pile, qui figure au dénominateur de l'expression de l'intensité, dépend des dimensions géométriques : plus la résistance de l'élément sera faible, plus le courant fourni, les autres conditions restant les mêmes, sera intense.

Nous sommes donc amenés à chercher de quoi dépend la résistance d'un élément de pile. Les métaux ou, plus généralement, les conducteurs solides qui entrent dans la constitution de l'élément ont presque toujours une résistance négligeable vis-à-vis des liquides électrolytiques qui séparent les électrodes, à cause de la grande résistivité de ces derniers. Or, le liquide qui sépare les électrodes a une résistance d'autant plus faible que sa longueur prise dans le sens du courant, c'est-à-dire la distance des électrodes, est plus faible et que sa section moyenne est plus grande ; celle-ci est, du reste, sensiblement égale à la moyenne des surfaces en regard des électrodes baignées par le liquide. Ainsi, pour avoir un élément de faible résistance, il faut le constituer par de larges électrodes rapprochées.

La nature du liquide électrolytique a non seulement une influence sur la force électromotrice, mais encore sur la résistance. Les dissolutions acides ont, en général, une résistivité plus faible que les dissolutions salines et, au point de vue de la résistance, sont préférables.

Quand on associe en tension n éléments identiques de force électromotrice E et de résistance r , on obtient une pile qui, comme nous l'avons vu (Chap. II, n° 10), a une force électromotrice égale à nE ; d'autre part, sa résistance est égale à nr ; si nous continuons à désigner par r' la résistance du conducteur dépourvu de force électromotrice qui réunit les deux pôles, la relation d'Ohm

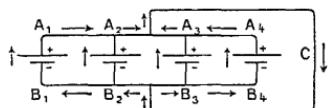
$$I = \frac{nE}{nr + r'}.$$

l'intensité va en croissant avec le nombre n des éléments. Si la résistance r d'un élément est très petite vis-à-vis de r' , de façon que nr soit négligeable devant r' (ce qui est, par exemple, le cas des courants télégraphiques), on a sensiblement I proportionnel à n ; mais, si, au contraire, r' est assez petit vis-à-vis de r pour que r' soit négligeable devant nr , on voit que l'intensité est sensiblement égale à $\frac{E}{r}$, quel que soit le nombre des éléments.

Un autre mode d'association des éléments de pile consiste à réunir entre eux tous les pôles de même nom; la pièce métallique qui réunit tous les pôles positifs est alors le pôle positif de l'ensemble, et celle qui réunit tous les pôles négatifs en est le pôle négatif; les éléments, dans ce cas, sont dits associés *en quantité* ou *en batterie* (fig. 123).

Supposons tous les éléments, au nombre de n , identiques comme

Fig. 123.



stance r et force électromotrice E , et que leurs pôles soient réunis par des conducteurs A_1, A_2, A_3, A_4 et B_1, B_2, B_3, B_4 de résistance négligeable devant la résistance r d'un élément et la résistance r' du conducteur sans force électromotrice qui réunit les pôles. Considérons le circuit fermé constitué par deux éléments, par exemple le circuit $A_1 A_2 B_2 B_1 A_1$; la deuxième loi de Kirchhoff nous donne, en désignant par i_1 et i_2 les intensités des courants qui traversent les deux éléments

$$i_1 r + i_2 r = E - E = 0;$$

$$i_1 + i_2 = 0 \quad \text{ou} \quad i_2 = -i_1.$$

Si, dans ces deux éléments, les intensités sont égales, mais de sens contraire par rapport au circuit fermé constitué par leur en-

intensité i et va du pôle négatif au pôle positif à l'intérieur de l'élément. D'après la première loi de Kirchhoff, l'intensité du courant I qui circule dans le conducteur C du pôle positif au pôle négatif de la pile est donnée par

$$(3) \quad I = ni.$$

La seconde loi de Kirchhoff appliquée au circuit fermé constitué par un seul élément et par le conducteur C donne alors

$$ir + Ir' = E;$$

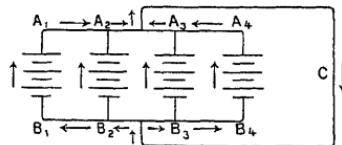
d'où, en vertu de (3),

$$(4) \quad I \left(\frac{r}{n} + r' \right) = E, \quad \text{ou} \quad I = \frac{E}{\frac{r}{n} + r'}.$$

On voit que l'intensité du courant dans le conducteur C est la même qu'avec un seul élément dont la résistance serait la $n^{\text{ième}}$ partie de la résistance des éléments employés. Cette disposition est la plus convenable quand la résistance des éléments qu'on possède est grande vis-à-vis de la résistance extérieure r' . On voit que, si r' est négligeable devant $\frac{r}{n}$, l'intensité I est proportionnelle au nombre n des éléments disposés en batterie.

Enfin on peut employer une disposition mixte ; on peut former

Fig. 124.



p piles contenant chacune q éléments disposés en tension et réunir ces p piles en batterie (fig. 124).

On voit immédiatement qu'avec les notations précédentes et les mêmes réserves, l'intensité I du courant produit dans le conduc-

$$I = \frac{qE}{\frac{qr}{p} + r'} = \frac{pqE}{qr + pr'}.$$

'on dispose d'un nombre n d'éléments identiques pouvant, différentes façons, être considérés comme le produit de deux entiers p et q , on peut se demander quel est le mode de groupement qui fournira, dans un conducteur de résistance donnée r' , le courant le plus intense. D'après la relation (5), on voit qu'il faut rendre minimum la somme $qr + pr'$ aux termes dont le produit $pqrr' = nrr'$ est constant; ce résultat est donc atteint en prenant

$$qr = pr'$$

$$pq = n,$$

soit au moins, en déterminant les entiers p et q de façon à approcher le plus possible des solutions, en général, fractionnaires des deux équations (6) et (7). Il arrive très souvent, du reste, qu'on trouve que p ou q doivent être pris égaux à l'unité, c'est-à-dire que les éléments doivent être groupés tous en batterie ou en tension.

Si nous ayons pris, comme exemple, les éléments de la batterie sans dire que les relations et les règles que nous venons d'énoncer pour les groupements s'appliquent à tout système de moteurs identiques entre eux, quelle qu'en soit la nature.

CHAPITRE XII.

THERMO-ÉLECTRICITÉ.

1. De la loi des tensions de Volta. — Force électromotrice thermo-électrique. — D'après la loi des tensions de Volta (Chap. II, n° 12), dans une chaîne formée uniquement de métaux (¹) et dont les extrémités sont de même nature, les potentiels de ces extrémités sont égaux, si la température est uniforme : la force électromotrice totale de cette chaîne est nulle. Par suite, si l'on réunit les métaux extrêmes de façon à former un circuit fermé, il n'y a pas de courant.

Les électromètres à quadrants permettent de vérifier l'égalité des potentiels aux deux extrémités à $\frac{1}{100}$ de volt près; avec l'électromètre capillaire de M. Lippmann, on vérifie la loi à $\frac{1}{10000}$ de volt près. Le galvanomètre, en montrant l'absence de courant, permet une vérification plus précise encore, qui dépasse le millionième de volt.

La loi de Volta peut, d'ailleurs, être déduite du deuxième principe de la Thermodynamique. Supposons, en effet, que les extrémités de la chaîne, quoique étant de même substance, présentent une différence de potentiel, c'est-à-dire que la chaîne possède une force électromotrice; en fermant le circuit sur un moteur électrique, et maintenant le tout à température constante au moyen d'une seule source à température t , on obtiendrait du travail; le système constituerait ainsi un moteur thermique n'empruntant ou

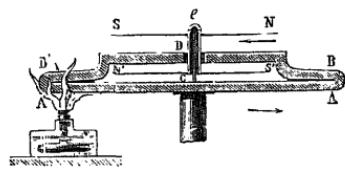
(¹) Rappelons que, sous le nom abrégé de *métal*, nous désignons ici et dans ce qui va suivre non seulement les métaux proprement dits à l'état solide ou liquide, mais encore leurs alliages et, d'une façon plus générale, les solides doués d'une faible résistivité, tels que certains sulfures métalliques.

fournissant de chaleur qu'à une seule source ou à plusieurs la même température et produisant du travail, tout en restant constamment identique à lui-même, ce qui est exactement contraire au principe de Carnot-Clausius.

Mais, si les différentes parties d'un circuit fermé constitué par divers métaux ne sont pas à la même température, il peut y avoir courant électrique, sans qu'il y ait contradiction avec le principe de Carnot-Clausius. Ces courants se produisent effectivement dans ces conditions, en général, et portent le nom de *courants thermo-électriques*. Ils ont été découverts, en 1821, par Seebeck. Aussi appelle-t-on *pile thermo-électrique* une chaîne de divers métaux terminés par des métaux de même nature qui en sont les pôles.

Les courants thermo-électriques sont dus à des forces électro-motrices extrêmement faibles, $\frac{1}{10\ 000}$ et même $\frac{1}{100\ 000}$ de volt; mais, en les faisant agir dans un circuit de très faible résistance, on peut néanmoins obtenir une intensité de courant suffisante pour les mettre en évidence au moyen d'un galvanomètre. On montre souvent dans les cours l'existence des courants thermo-électriques par l'expérience suivante: un système de deux aiguilles aimantées S et N'S' (fig. 125), à peu près astatique, est mobile sur pivot;

Fig. 125.

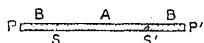


l'une de ces aiguilles N'S' est placée au centre d'un cadre rectangulaire formé d'une lame de cuivre et d'un barreau de bismuth; le système des aiguilles primitivement placé dans le plan du cadre est dévié de cette position lorsque l'on chauffe l'une des soudures en laissant l'autre à la température ordinaire; ce qui indique qu'un courant circule dans le circuit fermé constitué par les deux métaux.

2. Élément de pile thermo-électrique. — On appelle élément

de pile thermo-électrique ou couple thermo-électrique le système constitué par un métal A (fig. 126), relié par ses extrémités à deux pièces d'un même métal B différent de A; on appelle *soudures* les contacts S et S' des deux métaux A et B, quand même ces métaux ne seraient qu'appuyés l'un sur l'autre. Nous appellerons, enfin, *pôle de l'élément* les extrémités P et P' du métal B, et nous

Fig. 126.



supposerons toujours que ces deux pôles ont la même température. Ce n'est qu'à la condition de donner aux deux soudures des températures différentes, comme il ressortira des lois établies plus loin, que l'élément possède une force électromotrice différente de zéro.

Nous ferons d'abord l'étude de la force électromotrice d'un élément; nous verrons ensuite la façon simple d'obtenir plusieurs éléments identiques associés en tension.

3. Loi de Magnus. — Si les deux extrémités à la même température d'un métal homogène au point de vue de la substance et au point de vue physique (écrouissement, recuit) sont réunies aux bornes d'un galvanomètre, celui-ci ne décèle aucun courant, *quelles que soient les températures des divers points du métal*. Tel est le fait expérimental découvert par le physicien allemand Magnus.

Il résulte de là que les extrémités à même température du métal homogène sont toujours au même potentiel dans l'état d'équilibre électrique, quelles que soient les températures intermédiaires; mais il n'en résulte pas que deux points du métal à des températures différentes sont au même potentiel dans l'état d'équilibre. En tout cas, on ne fait aucune hypothèse, en admettant la possibilité d'une différence de potentiel entre deux points A_T et A_t du métal aux températures différentes T et t , différence de potentiel que nous représenterons par le symbole $A_T | A_t$, conformément à l'usage indiqué plus haut (Chap. II, n° 9).

Remarquons que, si nous prenons entre les points extrêmes A_t et A'_t à la même température t un point A_T à la température T , on a, d'après le fait expérimental trouvé par Magnus,

$$1) \quad A_t | A_T + A_T | A'_t = 0 \quad \text{ou} \quad A_t | A_T = - A_T | A'_t.$$

Cette relation subsistant si l'on modifie la distribution des températures entre A_t et A_T , sans modifier les températures des points A_t et A_T , et quand même on ne modifie pas les températures entre A_t et A'_t , ce qui assure la constance de $A_T | A'_t$, on voit par la relation (1) que $A_t | A_T$ est indépendant de ces modifications de température; d'où la *loi de Magnus* qui peut s'énoncer ainsi :

La différence de potentiel $A_t | A_T$ entre deux points d'un même métal ne dépend que des températures t et T de ces deux points et non des températures des points intermédiaires.

Considérons entre les points A_t et A_T d'un même métal un autre point A_0 à une température différente de t et de T ; on a identiquement

$$2) \quad A_t | A_0 + A_0 | A_T = A_t | A_T.$$

Or, d'après la loi de Magnus, chacun des trois termes de cette expression ne dépend que des températures indiquées et du métal.

La relation (2) est donc générale et représente la loi de Magnus.

4. Lois de la thermo-électricité. — Toutes les lois de la thermo-électricité peuvent se déduire des lois simples de Volta et de Magnus. Rappelons que la première de ces lois s'exprime par la relation

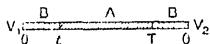
$$3) \quad A_t | B_t + B_t | C_t = A_t | C_t,$$

A_t, B_t, C_t représentant trois métaux différents à la même température t ; la seconde de ces lois est exprimée par la relation (2) du paragraphe précédent.

Appelons, dans l'état d'équilibre électrique, V_1 et V_2 les potentiels des pôles d'un élément de pile thermo-électrique composé

de métaux B et A dont les soudures sont à des températures T et t , et les pôles à une même température θ (fig. 127);

Fig. 127.



On a identiquement

$$V_1 + B_0 | B_t + B_t | A_t + A_t | A_T + \Lambda_T | B_T + B_T | B_0 = V_2,$$

d'où, pour la force électromotrice $(E_{BA})_T^T$ de cet élément

$$(E_{BA})_T^T = V_2 - V_1 = B_0 | B_t + B_t | A_t + A_t | A_T + \Lambda_T | B_T + B_T | B_0.$$

Mais, en vertu de la loi de Magnus

$$B_T | B_0 + B_0 | B_t = B_T | B_t,$$

d'où

$$(2) \quad (E_{BA})_T^T = B_t | A_t + A_t | \Lambda_T + \Lambda_T | B_T + B_T | B_t,$$

expression qui montre que la force électromotrice est indépendante de la température commune θ des deux pôles, qu'elle ne dépend que des deux métaux A et B et des températures T et t des soudures, et qu'enfin elle devient nulle si les températures des soudures sont égales, quand même il y aurait des inégalités de température dans les différentes parties de l'élément, puisque $A_T | A_t = 0$, $B_T | B_t = 0$, et que $B_t | A_t = - A_T | B_t$.

Remarquons que, d'après son expression (2), la force électromotrice $(E_{BA})_T^T$ est affectée d'un signe, lequel change si l'on permute les lettres A et B ou les indices T et t ,

$$(E_{AB})_t^T = - (E_{BA})_T^T,$$

$$(E_{BA})_t^T = - (E_{BA})_T^t.$$

Les lois que nous allons déduire des deux lois fondamentales de Volta et de Magnus, en nous appuyant sur la relation (2), ont été trouvées expérimentalement par le physicien français Edmond Becquerel.

1^o *Lois des métaux intermédiaires.* — Supposons qu'on

troisième métal C, à la même température que A et B; on ne modifie pas la force électromotrice de la pile thermo-électrique. En effet, l'excès de potentiel, en état d'équilibre électrique, de B sur A, qui était $A_t | B_t$, devient maintenant $A_t | C_t + C_t | B_t$; mais, en vertu de la loi de Volta, cette somme est égale précisément à $A_t | B_t$: donc rien n'est modifié pour l'excès de potentiel de B sur A, ni, par conséquent, pour l'excès de potentiel en l'état d'équilibre d'un des pôles de la pile sur l'autre, c'est-à-dire pour la force électromotrice de la pile.

Cette loi est précieuse, en ce qu'elle permet de réunir deux métaux par une soudure faite avec un troisième métal sans modifier la force électromotrice.

2^e *Lois des métaux successifs.* — Considérons trois éléments que l'on peut former en associant deux à deux trois métaux différents, A, B et C; on a

$$(E_{AB})_t^T + (E_{BC})_t^T = (E_{AC})_t^T.$$

En effet,

$$\begin{aligned}(E_{AB})_t^T &= A_t | B_t + B_t | B_T + B_T | A_T + A_T | A_t, \\ (E_{BC})_t^T &= B_t | C_t + C_t | C_T + C_T | B_T + B_T | B_t;\end{aligned}$$

ajoutons membre à membre

$$\begin{aligned}(E_{AB})_t^T + (E_{BC})_t^T &= A_t | B_t + B_t | C_t \\ &\quad + B_t | B_T + B_T | B_t \\ &\quad + B_T | A_T + C_T | B_T \\ &\quad + A_T | A_t + C_t | C_T,\end{aligned}$$

et, en remplaçant les trois premiers binomes d'après les relations (2, n^o 3, et 1, n^o 4) fournies par les lois de Magnus et de Volta :

$$\begin{aligned}(E_{AB})_t^T + (E_{BC})_t^T &= A_t | C_t \\ &\quad + 0 \\ &\quad + C_T | A_T \\ &\quad + A_T | A_t + C_t | C_T = (E_{AC})_t^T.\end{aligned}$$

Cette loi conduit à l'importante remarque suivante: il n'y a pas besoin d'étudier tous les éléments formés par la combinaison de deux métaux quelconques; il suffit d'étudier tous les éléments

formés par un métal fixe avec tous les autres métaux; la loi précédente permet de déduire de cette étude la force électromotrice d'un élément formé par deux métaux quelconques.

Le métal choisi comme terme de comparaison est le plomb; il a la propriété de ne pas s'écrouir; c'est peut-être le seul métal qui ait toujours les mêmes propriétés pour une même température, quelles que soient les températures par lesquelles il ait passé.

3^o *Loi des températures successives.* — La force électromotrice d'un élément entre les températures T et t est la somme des forces électromotrices du même élément pris successivement entre les températures t , θ et θ , T .

$$(E_{AB})_t^0 + (E_{AB})_{\theta}^T = (E_{AB})_t^T.$$

La démonstration de cette dernière loi est tout à fait semblable à la précédente. Nous allons en voir l'utilité.

5. **Pouvoirs thermo-électriques.** — **Point neutre.** — **Température d'inversion.** — Si on laisse fixe l'une des températures t et que l'on fasse varier l'autre, T , la force électromotrice de l'élément varie: elle est fonction de T . Si T augmente d'une quantité infiniment petite dT , la force électromotrice s'accroît de $dE = \frac{dE}{dT} dT$. Cette quantité dE est, d'après la loi des températures successives, la force électromotrice du couple entre les températures T et $T + dT$. On a, en effet,

$$E_t^T + E_{T+dT}^T = E_t^{T+dT};$$

d'où :

$$dE = E_t^{T+dT} - E_t^T = E_T^{T+dT}.$$

La quantité $\frac{dE}{dT}$ est appelée le *pouvoir thermo-électrique* p_{AB} du couple. La relation qui exprime la loi des métaux successifs donne, si l'on prend la dérivée des deux membres

$$p_{AB} + p_{BC} = p_{AC};$$

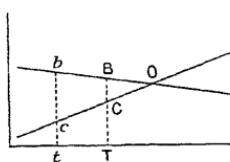
la loi des métaux successifs s'applique donc également aux pouvoirs thermo-électriques.

D'après les recherches d'Avenarius et de Tait, les pouvoirs

thermo-électriques sont des fonctions linéaires de la température absolue, dans des limites très étendues, entre 0° et 400° au moins. Si donc on représente graphiquement les résultats, en portant en abscisse la température et en ordonnée le pouvoir thermo-électrique d'un métal quelconque par rapport au plomb, on obtient une ligne droite.

Considérons les lignes représentatives des pouvoirs thermo-électriques de deux métaux B et C par rapport au plomb (fig. 128):

Fig. 128.



La relation des métaux successifs montre que, pour avoir le pouvoir thermo-électrique de ces deux métaux à la température t , il suffit de prendre la différence bc des ordonnées des deux droites correspondant à l'abscisse t . On peut facilement déduire de cette représentation la force électromotrice du couple BC entre deux températures t et T ; on a, en effet :

$$dE = p dT :$$

intégrant entre t et T , on a

$$(E)_t^T = \int_t^T p dT,$$

ce qui est précisément égal à l'aire du trapèze $bBCc$; on a donc finalement

$$(E)_t^T = (T - t) p_{\frac{T+t}{2}}.$$

C'est-à-dire que la force électromotrice d'un couple dont les soudures sont aux températures T et t est égale au produit de la différence $(T - t)$ de ces températures par le pouvoir thermo-électrique $p_{\frac{T+t}{2}}$ correspondant à la moyenne arithmétique $\frac{T+t}{2}$ des températures.

L'inspection de la fig. 128 montre que, si la température T de la

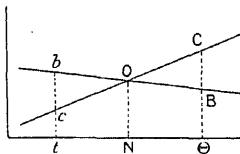
en augmentant jusqu'à la température qui correspond au point de rencontre O des deux droites appelé *point neutre*; au delà, l'aire qui mesure la force électromotrice va en diminuant, car les régions situées de part et d'autre du point O doivent être prises avec des signes contraires. Ainsi la force électromotrice passe par un maximum lorsque la température de la source chaude passe par la température T_n du point neutre.

On voit que la température de la soudure chaude qui donne le maximum de force électromotrice est indépendante de la température de la soudure froide.

C'est Edmond Becquerel qui a constaté expérimentalement et établi les propriétés du point neutre.

La température T de la soudure chaude continuant à croître, il arrive un moment où l'aire négative BOC (*fig. 129*) est égale à

Fig. 129.



l'aire positive *boc* en valeur absolue : la force électromotrice du couple est alors nulle. Au delà, l'aire négative l'emporte, la force électromotrice change de signe, et si l'élément est seul à produire le courant celui-ci change de sens.

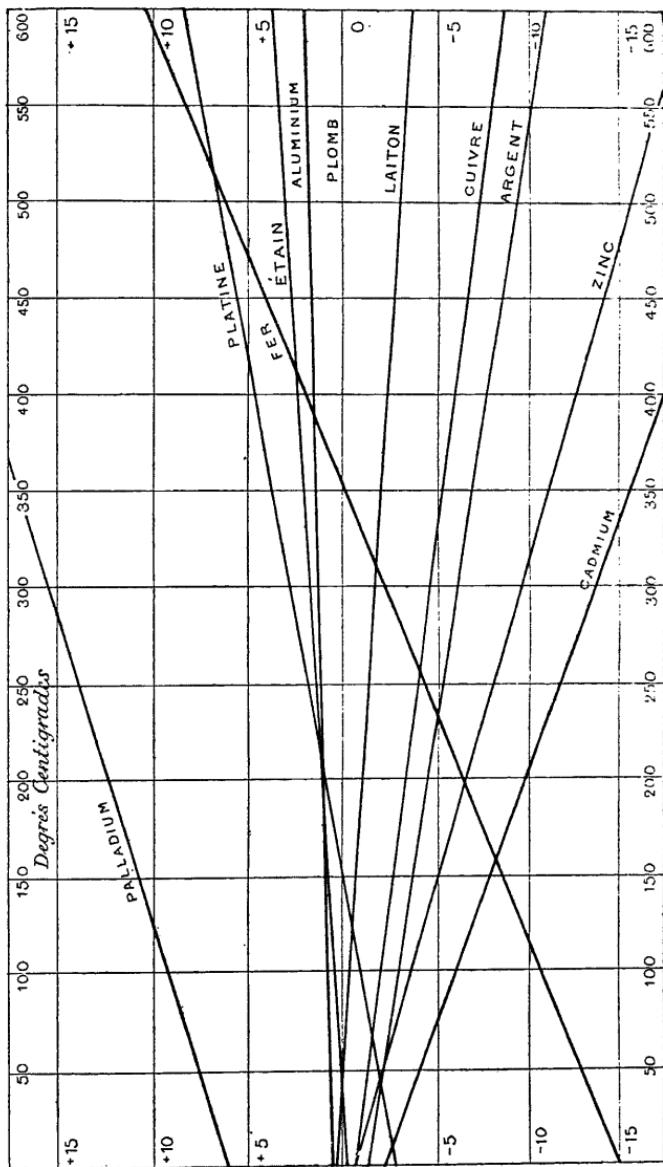
La température Θ de la soudure chaude pour laquelle la force électromotrice du couple devient nulle a été appelée par Becquerel *température d'inversion*. On voit qu'elle dépend de la température t de la soudure froide, et que la température N du point neutre est la moyenne arithmétique de Θ et de t .

La *fig. 130* donne les lignes représentatives des pouvoirs thermoelectriques des divers métaux par rapport au plomb en employant le microvolt comme unité de force électromotrice et le degré centigrade.

La force électromotrice d'une pile thermo-électrique pour de faibles différences de température des soudures est sensiblement proportionnelle à cette différence.

La table suivante représente en microvolts la force électro-motrice pour un degré de différence de température des soudures,

Fig. 130.



aux environs de 20° , d'un couple plomb-métal, c'est-à-dire le pouvoir thermo-électrique à 20° .

Table des pouvoirs thermo-électriques des métaux par rapport au plomb, à une température moyenne de 20°. (Les pouvoirs thermo-électriques sont exprimés en microvolts par degré centigrade.)
(D'après Matthiessen.)

Bismuth pur en fil.....	89
Cobalt.....	22
Maillechort.....	11,75
Mercure.....	0,418
Plomb.....	0
Étain.....	— 0,1
Platine.....	— 0,9
Or.....	— 1,2
Argent.....	— 3
Zinc.....	— 3,7
Cuivre galvanoplastique.....	— 3,8
Fer.....	— 17,50
Antimoine cristallisé (direction de l'axe).	— 22,6
Antimoine cristallisé (direction perpendiculaire à l'axe).....	— 26,4
Sélénium.....	— 807

Si l'on forme un couple avec deux métaux quelconques de cette liste, le courant qu'il produit, pour une faible différence de température des soudures, va du métal situé le plus haut au métal situé le plus bas dans la liste à travers la soudure chaude.

En exceptant le sélénium, qui conduit assez mal l'électricité, on voit que le couple qui donne la plus grande force électromotrice est le couple bismuth-antimoine; mais avec les métaux communs, le cuivre et le fer, on obtient déjà de bons résultats.

6. Association en tension des éléments thermo-électriques. -- Pour avoir une série d'éléments thermo-électriques identiques associés en tension, il suffit de souder bout à bout alternativement

Fig. 131.

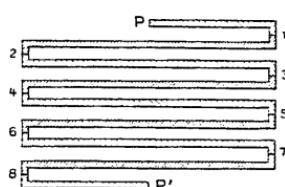


un métal A et un métal B, en terminant la chaîne par deux métaux de même nature, et de porter les soudures impaires à une même température t et les soudures paires à une autre même température T (fig. 131).

En effet, si, par la pensée, on coupe les métaux de même nature que les pôles P , P' aux points où ils sont à la même température θ que ceux-ci, on divise la chaîne en éléments identiques comme la force électromotrice, le pôle positif d'un élément communiquant avec le pôle négatif du suivant, ce qui constitue bien la disposition en tension.

Pour porter plus facilement les soudures de même parité à une même température, on dispose, en général, la chaîne en zigzag,

Fig. 132.



de façon que les soudures de même parité soient tournées d'un même côté (fig. 132).

7. Usage des piles thermo-électriques. — Le principal usage des piles thermo-électriques est leur emploi comme thermomètres différentiels. Un simple couple fer-cuivre, formé en tordant ensemble les extrémités des fils de ces métaux, donne des courants mesurables pour une différence de $\frac{1}{200}$ de degré entre les soudures.

On peut donner à la soudure de deux fils la forme d'une fine aiguille, occupant très peu de place et pouvant ainsi être introduite dans les tissus des animaux pour les recherches physiologiques.

La pile de Nobili, destinée à l'étude de la chaleur rayonnante, est constituée par des couples bismuth-antimoine, repliés de façon que toutes les soudures paires soient d'un même côté et toutes les soudures impaires de l'autre. Les déviations du galvanomètre relié à la pile, si elles restent faibles, sont proportionnelles aux intensités du courant, proportionnelles elles-mêmes aux forces électromotrices et, par suite, aux faibles différences de température des soudures paires et impaires; il en résulte que, sous cette condition, les déviations sont proportionnelles aux quan-

l'autre est maintenue à la température ambiante.

Les couples thermo-électriques ont été aussi employés pour la mesure des températures très élevées ou très basses.

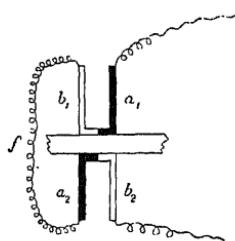
M. Le Chatelier a proposé pour la mesure des températures très élevées, telles que celles des fours à porcelaine, l'emploi du couple platine pur et alliage platine-rhodium; métaux qui ne fondent que vers 1700° . Ce couple possède une propriété remarquable : la soudure froide étant maintenue à zéro et l'autre à T , la force électromotrice est fonction linéaire de T ,

$$E = bT;$$

les courbes représentatives des pouvoirs thermo-électriques sont, en effet, des droites parallèles, et le point neutre est rejeté à l'infini. Le couple Le Chatelier est très employé dans l'industrie et dans les laboratoires.

Signalons encore, comme application des phénomènes thermo-électriques, la pile thermo-électrique de Peltier (*fig. 133*), em-

Fig. 133.

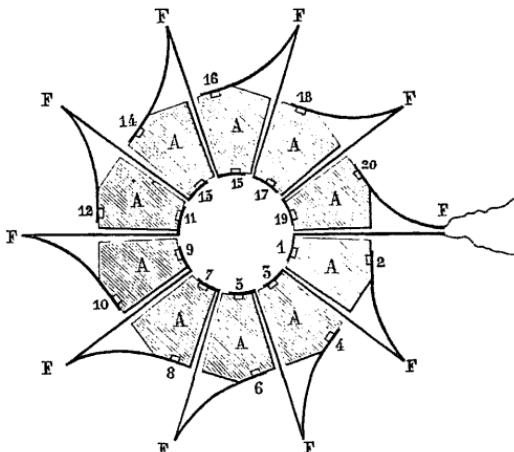


ployée pour déterminer l'excès de température d'une barre métallique sur le milieu ambiant. Elle se compose de deux couples disposés en série et qui comprennent entre leurs soudures la barre métallique à étudier.

Enfin, on se sert quelquefois de piles thermo-électriques d'un grand nombre d'éléments pour obtenir des courants d'intensité notable, pouvant être utilisés dans les laboratoires aux usages ordinaires. La pile Clamond, construite dans ce but, se compose d'un grand nombre de couples disposés en tension formés d'un alliage de zinc et d'antimoine pour l'un des métaux et de fer pour l'autre. Un certain nombre de ces couples constituent une couronne

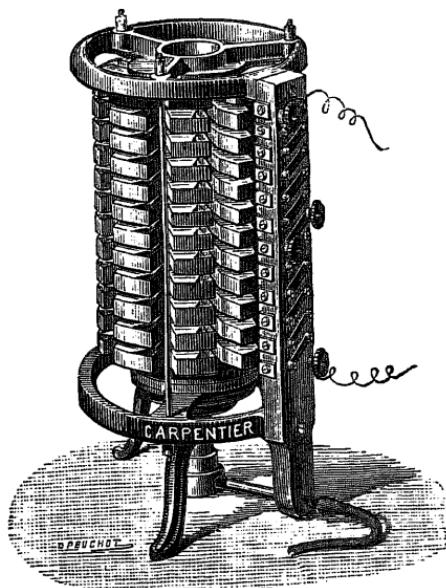
(fig. 134); les soudures impaires sont disposées vers l'intérieur

Fig. 134.



et les soudures paires vers l'extérieur; plusieurs couronnes iden-

Fig. 135.



tiques sont superposées en colonne et reliées de façon qu'encore toutes les soudures impaires soient à l'intérieur (fig. 135).

Une série de petits becs de gaz placés sur une colonne à l'inté-

des deux surfaces de jonction, les soudures paires à l'extérieur prennent une température beaucoup moins élevée.

Avec une pile de 120 éléments, on obtient ainsi une force électromotrice de 5 à 6 volts.

8. Source de l'énergie des courants thermo-électriques. — Phénomène Peltier. — Considérons une pile thermo-électrique dont les soudures paires et impaires sont maintenues à des températures constantes au moyen de deux sources de chaleur, l'une chaude, l'autre froide, et dont on emploie le courant à produire du travail dans un moteur électrique : le système de la pile et du moteur électrique constitue un moteur thermique.

Or comme, après avoir produit du travail, ce système est à la fin identique à ce qu'il était au commencement, en vertu du principe de l'équivalence et du principe de Carnot-Clausijs, il ne peut produire de travail (et il en produit) que s'il prend de la chaleur à la source chaude et en cède à la source froide : la pile prend de l'énergie calorifique à la source chaude, fournit une énergie calorifique moindre à la source froide et transforme la différence en énergie du courant électrique. Il faut donc qu'à la soudure chaude il y ait une cause de refroidissement et, inversement, à la soudure froide une cause d'échauffement produite par le passage du courant.

Ainsi les principes de la Thermodynamique nous amènent à conclure que :

Lorsqu'un courant traverse la surface de jonction de deux métaux, il y a création ou destruction de chaleur suivant le sens du courant.

Ce phénomène a été découvert expérimentalement en 1834 par Peltier et porte son nom.

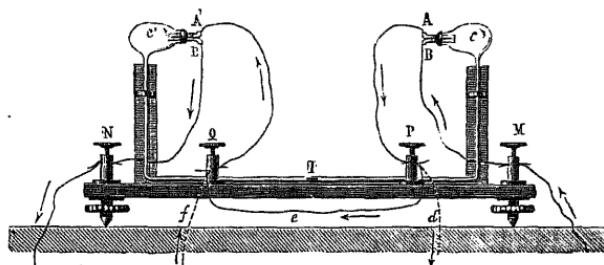
Outre l'effet Peltier à la surface de jonction, il y a toujours l'effet Joule, qui peut masquer le précédent; mais l'effet Peltier ne dépend pas de la résistance, tandis que l'effet Joule lui est proportionnel; aussi, pour mettre en évidence le phénomène Peltier, il convient de prendre une barre épaisse formée des deux métaux.

Le premier dispositif imaginé par Peltier (fig. 136) comprend

un thermomètre différentiel de Leslie. Dans les deux boules C et C' sont introduits deux couples bismuth-antimoine BA, A'B', disposés en sens inverses dans un circuit parcouru par un courant. Le courant va du bismuth à l'antimoine dans la première boule C, qui se refroidit, et de l'antimoine au bismuth dans l'autre boule C', qui s'échauffe. Les deux actions s'ajoutent pour déplacer l'index I du thermomètre. Si l'on renverse le sens du courant, le déplacement de l'index change de sens.

Peltier a repris cette étude au moyen d'une barre de deux mé-

Fig. 136.



taux traversée par un courant et dont il étudiait les variations de température au moyen de sa pince thermo-électrique placée à la surface de jonction des deux métaux; il trouva ainsi que la barre s'échauffe ou se refroidit suivant le sens du courant.

L'effet Peltier a été étudié depuis par plusieurs autres physiciens.

Lenz employait deux barres de grande section, creusées à l'endroit de leur jonction d'une cavité dans laquelle il logeait un petit thermomètre; il obtint de cette manière des variations de température de 4°; en particulier, en plaçant de l'eau à zéro dans la cavité, il parvint à la faire congeler en donnant au courant un sens convenable.

Quintus-Icilius a indiqué une expérience élégante qui permet de mettre aisément en évidence le phénomène Peltier dans un cours. On fait passer dans une pile de Nobili le courant d'une pile quelconque: les soudures d'une certaine parité se refroidissent, tandis que les soudures de l'autre parité s'échauffent; si alors on interrompt le courant et si l'on ferme aussitôt après la pile thermo-électrique sur un galvanomètre, celui-ci dévie par suite du courant dû à la différence de température des soudures. On peut

constater que le courant thermoelectrique qui le produit est, dans la pile de Nobili, en sens inverse du courant qu'on a fait passer en premier lieu; par consequent le courant thermo-electrique qui passe à travers la soudure chaude y produit un refroidissement, puisque le courant de sens inverse y avait produit un échauffement. Ce résultat est bien conforme aux prévisions de la Thermodynamique.

L'étude quantitative du phénomène est due principalement à M. Leroux. Au moyen de mesures calorimétriques, il a établi les lois suivantes :

1^o *La quantité de chaleur qui est détruite par le passage du courant dans un sens et celle qui est créée par le passage du courant en sens contraire pour une même intensité et un même temps sont égales.*

La démonstration de cette loi se fait en plaçant les deux soudures dans un même calorimètre; on constate, s'il n'y a pas d'effet Joule sensible, que la température ne varie pas, tandis qu'il y a variation si l'une des soudures seulement est dans le calorimètre.

2^o *Pour une même intensité, un même temps et les mêmes métaux, les quantités de chaleur créées ou détruites ne dépendent pas de l'étendue des surfaces de contact.*

3^o *La quantité de chaleur dégagée dans un temps donné avec deux métaux déterminés est proportionnelle à l'intensité du courant.*

Soit donc Q la quantité de chaleur détruite ou créée pendant le temps t par un courant d'intensité i faisant circuler une quantité d'électricité $m = it$; les lois précédentes conduisent à la relation

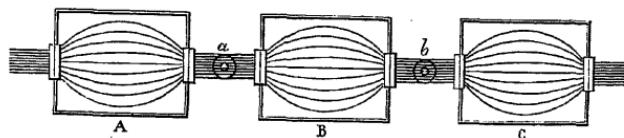
$$Q = \Pi it = \Pi m,$$

Il est le *coefficient de l'effet Peltier*; il dépend de la nature des métaux et de la température.

9. Phénomène Thomson. — En 1846, Lord Kelvin (à cette époque, William Thomson), en appliquant les principes de la Thermodynamique au cas, que nous avons déjà considéré, d'un moteur mis en mouvement par le courant thermo-electrique, et

supposant qu'il n'y avait rien d'autre que les phénomènes Peltier et Joule, arriva à cette conclusion que la force électromotrice d'un couple doit être proportionnelle à la différence des températures absolues des deux soudures (voir n° 10, Note), résultat en contradiction formelle avec l'expérience. Lord Kelvin pensa qu'il avait négligé quelque chose : entre les extrémités chaude et froide d'un même métal, on a en quelque sorte des métaux différents, puisque leur température n'est pas la même; il peut donc y avoir un effet Peltier. Cette prévision a été vérifiée expérimentalement par Lord Kelvin. Un paquet de fils de fer isolés (fig. 137), serrés

Fig. 137.



par des nœuds en a et b , s'épanouit dans trois cuves A, B, C, les deux extrêmes renferment de l'eau chaude et la cuve intermédiaire de l'eau froide, des thermomètres placés en a et b indiquent la température des fils. Par raison de symétrie, ces températures sont voisines. Si l'on fait passer un courant dans le sens AC, il est dirigé en a de la partie chaude vers la partie froide et en b de la partie froide vers la partie chaude. Or, on observe que la différence des températures entre a et b varie dans un certain sens; elle varie en sens contraire, si l'on renverse le sens du courant. Outre la création de chaleur par l'effet Joule, il y a donc une création ou une destruction de chaleur suivant que le courant va de la région froide à la région chaude ou inversement. Ce phénomène a reçu le nom de *phénomène* ou d'*effet Thomson*.

M. Leroux a repris l'étude de ce phénomène sous une autre forme; il a employé une barre d'un même métal maintenue à des températures différentes à ses extrémités, et il a mesuré la distribution de la température au moyen d'une pince Peltier, quand la barre était parcourue par un courant. Ses expériences ont montré que l'effet Thomson est proportionnel à l'intensité du courant.

Ainsi, si l'on considère deux sections d'un même métal à des températures T et $T + dT$, quand la barre est parcourue par un

courant d'intensité i , il y a, indépendamment de l'effet Joule, création ou destruction d'une certaine quantité de chaleur pendant le temps t qui peut être représentée par

$$H it dT,$$

où H est une fonction de la température qui dépend de la nature du métal.

La quantité de chaleur mise en jeu par l'effet Thomson entre deux sections aux températures T_0 et T_1 est donc

$$\Theta = it \int_{T_0}^{T_1} H dT = m \int_{T_0}^{T_1} H dl,$$

m étant la quantité d'électricité qui a passé pour produire la quantité de chaleur Θ .

10. Application des principes de la Thermodynamique aux phénomènes thermo-électriques. — Les principes de la Thermodynamique, qui ont fait prévoir l'effet Thomson et qui auraient pu faire prévoir aussi l'effet Peltier, permettent d'établir des relations quantitatives entre les grandeurs qui intéressent la Thermoélectricité.

Considérons le système formé par un couple thermo-électrique entouré de sources de chaleur maintenant à des températures constantes les soudures, malgré les effets Peltier, et les autres parties du circuit, malgré les effets Thomson, et la chaleur créée conformément à la loi de Joule.

Supposons que le circuit contenant ce couple soit fermé par un moteur électrique K , tournant de façon que la force électromotrice d'induction E , qui résulte de cette rotation, soit en opposition avec celle du couple. Cette force électromotrice E est, du reste, proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur et peut, par conséquent, en réglant celle-ci, prendre la valeur que l'on désire. On peut ainsi la rendre inférieure ou supérieure à celle du couple thermo-électrique. Dans le premier cas, le courant aura le sens commandé par ce couple, la machine K produira du travail en surmontant les forces extérieures qui lui sont appliquées, et il consommera pour cela une fraction Em de l'énergie du courant, en désignant par m la quantité d'électricité qui a parcouru le circuit fermé pendant le temps considéré. Dans le second cas.

le courant aura un sens inverse, celui commandé par la machine K, qui fonctionne alors comme un électromoteur recevant des forces extérieures un travail et fournissant une énergie électrique de valeur Em au courant. Dans ce cas, les échanges de chaleur avec les sources dus aux effets Peltier et Thomson sont changés de signes par rapport à ce qu'ils étaient dans le premier cas, puisque le courant est de sens inverse; mais il n'en est pas de même des échanges de chaleur dus à la loi de Joule, car ceux-ci ne changent pas de sens avec le sens du courant: ces sources de chaleur doivent toujours enlever la chaleur créée suivant la loi de Joule pour maintenir la température constante.

Cet effet Joule, d'une part, les frottements de la machine K, de l'autre, empêchent les transformations dont le système considéré est le siège d'être parfaitement réversibles, dans le sens que la Thermodynamique attache à ce mot. Mais on conçoit qu'on puisse réduire indéfiniment les frottements du moteur; d'un autre côté, si l'intensité du courant devient de plus en plus faible, de façon à pouvoir être considérée comme un infiniment petit, les quantités de chaleur mises en jeu par les phénomènes Peltier et Thomson, qui sont proportionnelles à l'intensité du courant, sont des infiniment petits du même ordre, tandis que les quantités de chaleur mises en jeu par l'effet Joule sont des infiniment petits du deuxième ordre, étant proportionnel au carré de l'intensité du courant, et par là même négligeable. Ainsi, en supposant le cas limite où la machine K est sans frottement et où le courant a une intensité infiniment petite, les transformations dont ce système est le siège sont réversibles (¹). C'est dans ces conditions que nous allons supposer que ce système fonctionne pour pouvoir appliquer aisément le principe de Carnot-Clausius. Or, pour que le courant ait une intensité infiniment faible, il faut que la force électromotrice du couple thermo-électrique soit infiniment voisine de la force électromotrice E de la machine K.

Appliquons au système considéré les deux principes de la Thermodynamique. Supposons, pour fixer les idées, que la force électromotrice du couple thermo-électrique soit infiniment peu supérieure à celle de la machine K, de façon que cette dernière fon-

(¹) Il en est ici comme dans tous les autres cas: les transformations réversibles ne sont que des cas limites des transformations réelles.

valent à la quantité de chaleur Q fournie au système; on a donc, en désignant par J l'équivalent mécanique de la chaleur,

$$(1) \quad Q = \frac{W}{J}.$$

Or, en appelant m la quantité d'électricité qui a parcouru le circuit fermé pendant le temps considéré, on a ici $W = Em$, comme nous l'avons déjà dit. D'autre part, la quantité de chaleur Q fournie par les sources est due aux effets Peltier et Thomson, et l'on a, avec les notations indiquées ci-dessus,

$$Q = m\Pi_2 - m\Pi_1 + m \int_{T_1}^{T_2} \Pi dT + m \int_{T_2}^{T_1} H' dT,$$

en appelant Π_2 et Π_1 les coefficients de l'effet Peltier pour les températures absolues T_2 et T_1 des soudures, et supposant $T_2 > T_1$, H et H' les coefficients de l'effet Thomson relatifs aux deux métaux pour la température absolue T . La relation (1) devient donc, en remplaçant, réduisant et supprimant le facteur commun m ,

$$(2) \quad \Pi_2 - \Pi_1 + \int_{T_1}^{T_2} (H - H') dT = \frac{E}{J}.$$

Dans cette relation, E exprime aussi bien la force électromotrice du couple thermo-électrique que celle de la machine K , puisque ces deux forces électromotrices ne diffèrent que d'un infiniment petit.

D'autre part, la transformation du système qui le laisse dans un état identique à l'état initial étant réversible, le principe de Carnot-Clausius nous apprend que la somme des quotients $\frac{Q}{T}$ des quantités de chaleur mises en jeu par chaque source calorifique par la température absolue de cette source est nulle

$$(3) \quad \sum \frac{Q}{T} = 0.$$

Ce qui, avec les notations indiquées, fournit les relations

$$\frac{m\Pi_2}{T_2} - \frac{m\Pi_1}{T_1} + m \int_{T_1}^{T_2} \frac{H}{T} dT + m \int_{T_2}^{T_1} \frac{H'}{T} dT = 0,$$

Pour tirer des relations (2) et (4), fournies par les principes de la Thermodynamique, une relation utile, supposons que les températures extrêmes T_1 et T_2 diffèrent seulement d'un infiniment petit et posons $T_1 = T$, $T_2 = T + dT$, $\Pi_2 - \Pi_1 = d\Pi$, $E = dE$, $\frac{\Pi_2}{T_2} - \frac{\Pi_1}{T_1} = d\left(\frac{\Pi}{T}\right)$. Les intégrales se réduisent à leur élément différentiel et les relations (2) et (4) prennent, après avoir divisé par dT les deux membres, la forme suivante :

$$(5) \quad \frac{d\Pi}{dT} + \Pi - \Pi' = \frac{1}{J} \frac{dE}{dT},$$

$$\frac{1}{dT} d\left(\frac{\Pi}{T}\right) + \frac{\Pi - \Pi'}{T} = 0,$$

ou, en effectuant la différentiation pour cette dernière relation et multipliant par T

$$(6) \quad \frac{d\Pi}{dT} - \frac{\Pi}{T} + \Pi - \Pi' = 0.$$

En retranchant membre à membre (6) de (5), il vient

$$(7) \quad \frac{\Pi}{T} = \frac{1}{J} \frac{dE}{dT} \quad \text{ou} \quad \Pi = \frac{T}{J} \frac{dE}{dT} = \frac{T}{J} p,$$

relation très remarquable, établie par Lord Kelvin, donnant la valeur du coefficient de l'effet Peltier en fonction du pouvoir thermo-électrique p des deux métaux pour la température absolue T . Elle a été vérifiée expérimentalement par M. Bellati et par M. Edlund.

Cette vérification a une grande importance, car elle montre que les principes fondamentaux de la Thermodynamique, établis d'abord par des expériences où des phénomènes purement calorifiques et mécaniques étaient seuls en jeu, s'appliquent aussi aux phénomènes électriques.

En portant, dans la relation (6), la valeur de Π donnée par (7), il vient

$$(8) \quad \Pi - \Pi' = - \frac{T}{J} \frac{d^2 E}{dT^2} = - \frac{T}{J} \frac{dp}{dT}.$$

stante : la différence $H - H'$ des coefficients de l'effet Thomson pour une même température est proportionnelle à la température absolue (1).

(1) Remarquons que si l'on suppose nul l'effet Thomson, comme le croyait tout d'abord ce physicien, les relations (5) et (6) deviennent

$$\frac{dH}{dT} = \frac{1}{J} \frac{dE}{dT} \quad \text{et} \quad \frac{dH}{dT} = \frac{H}{T} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{dH}{H} = \frac{dT}{T}.$$

On tire de la seconde, par intégration, en désignant par α une constante,

$$\log H = \log T + \log \alpha \quad \text{ou} \quad H = \alpha T.$$

En remplaçant dans la première H par cette valeur, elle devient

$$\alpha = \frac{1}{J} \frac{dE}{dT},$$

d'où, par intégration entre deux températures T_1 et T_2 ,

$$E = \alpha J(T_2 - T_1).$$

La force électromotrice thermo-électrique serait proportionnelle à la différence des températures absolues des deux soudures, ce qui est contraire à l'expérience.

NOTES.

NOTE A.

FORMULE DE GREEN.

La démonstration de la formule de Green, formule que nous avons employée pour établir la relation de Gauss (Chap. IV, n° 17), peut se faire à l'aide de l'intégration par parties.

Considérons un espace dont les points sont rapportés à trois axes rectangulaires, et soient U et V deux fonctions des coordonnées; la formule de Green a pour but de transformer l'expression

$$\iiint U \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) dx dy dz,$$

cette intégrale s'étendant à tous les éléments de volume compris à l'intérieur d'une surface S . Elle est la somme des trois intégrales

$$\iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx dy dz + \iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} dx dy dz + \iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} dx dy dz.$$

Occupons-nous de la première; les résultats obtenus s'étendront par permutation des lettres aux deux autres.

$$\iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx dy dz = \iint dy dz \int U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx;$$

dans cette dernière intégrale, $\int U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx$, on doit considérer y et z comme constants: U et V ne sont plus fonctions que de x ; en intégrant par parties, il vient

$$\int U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx = \left(U \frac{\partial V}{\partial x} \right)_2 - \left(U \frac{\partial V}{\partial x} \right)_1 - \int \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} dx,$$

$\left(U \frac{\partial V}{\partial x} \right)_2$ et $\left(U \frac{\partial V}{\partial x} \right)_1$ étant les valeurs prises par $\left(U \frac{\partial V}{\partial x} \right)$ aux points où la ligne droite qui correspond aux valeurs constantes de y et de z considérées perce la surface S .

Multiplions les deux membres par $dy dz$ et intégrons; il vient, en

peut se représenter par

$$\iint U \frac{\partial V}{\partial x} dy dz,$$

cette intégrale double s'étendant à tous les éléments en lesquels on peut décomposer la surface S .

$$(1) \quad \iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx dy dz = \iint U \frac{\partial V}{\partial x} dy dz - \iiint \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} dx dy dz.$$

On obtient, pour $\iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} dx dy dz$ et pour $\iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} dx dy dz$, des expressions analogues à la précédente :

$$(2) \quad \iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} dx dy dz = \iint U \frac{\partial V}{\partial y} dz dx - \iiint \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial y} dx dy dz.$$

$$(3) \quad \iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} dx dy dz = \iint U \frac{\partial V}{\partial z} dx dy - \iiint \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial z} dx dy dz.$$

En additionnant membre à membre les relations (1), (2) et (3), on obtient la formule de Green

$$\begin{aligned} & \iiint U \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) dx dy dz \\ &= \iint U \left(\frac{\partial V}{\partial x} dy dz + \frac{\partial V}{\partial y} dz dx + \frac{\partial V}{\partial z} dx dy \right) \\ & \quad - \iiint \left(\frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial z} \right) dx dy dz. \end{aligned}$$

NOTE B.

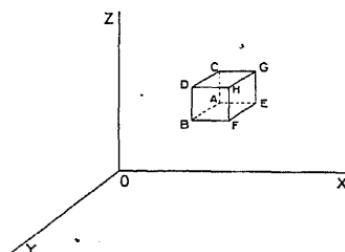
THÉORÈME DE GAUSS.

On peut établir la partie du théorème de Gauss qui est relative à un espace ne renfermant qu'un diélectrique homogène (K constant) sans recourir à l'emploi de la formule de Green; mais le raisonnement est plus long.

Rappelons d'abord l'énoncé de ce théorème : en appelant J le flux d'induction à travers une surface fermée, la partie positive de la normale à la surface étant tournée vers l'extérieur, et M la quantité d'électricité con-

Nous établirons d'abord la relation dans le cas d'un parallélépipède dont les faces sont parallèles aux trois plans de coordonnées et dont les arêtes sont des infiniment petits dx, dy, dz (fig. 138). Les aires des faces laté-

Fig. 138.



rales sont alors des infiniment petits du deuxième ordre et le volume un infiniment petit du troisième ordre.

Calculons le flux à travers les six faces du parallélépipède. Soit X la composante parallèle à OX du champ en A ; le flux à travers la surface $ABDC$ est le produit de l'aire de cette surface par K et par la projection du champ sur la normale à la surface dirigée vers l'extérieur; cette projection étant $-X$ on a pour le flux

$$-KX dy dz.$$

Le flux à travers la face opposée, $EFGH$, en appelant X' la composante parallèle à OX du champ en E , est

$$+KX' dy dz.$$

La somme de ces deux flux donne

$$KX' dy dz - KX dy dz = K dy dz (X' - X).$$

Mais

$$X' = X + \frac{\partial X}{\partial x} dx, \quad \text{d'où} \quad X' - X = \frac{\partial X}{\partial x} dx.$$

La somme des flux à travers les deux faces opposées est donc

$$(1) \quad K \frac{\partial X}{\partial x} dx dy dz.$$

On aurait de même pour les autres faces opposées

$$(2) \quad K \frac{\partial Y}{\partial y} dx dy dz,$$

$$(3) \quad K \frac{\partial Z}{\partial z} dx dy dz.$$

Mais d'après la formule de Poisson

$$K \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) = 4\pi\rho,$$

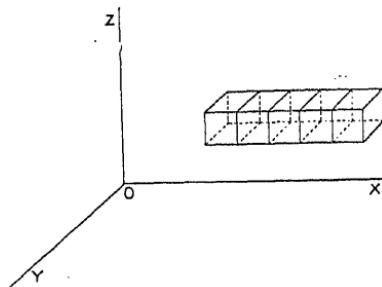
ρ étant la densité électrique cubique au point où se trouve le parallélépipède; on a donc, en appelant dM la quantité d'électricité qu'il renferme,

$$(5) \quad dJ = 4\pi\rho \, dx \, dy \, dz = 4\pi \, dM.$$

Ainsi le théorème de Gauss est démontré dans ce cas.

Considérons maintenant un parallélépipède dont les arêtes sont encore parallèles aux axes de coordonnées, mais dont deux côtés seulement, dy et dz , sont infiniment petits, le côté parallèle à OX étant fini (fig. 139).

Fig. 139.



Décomposons ce volume en parallélépipèdes élémentaires par des plans parallèles à YOZ ; à chacun de ces parallélépipèdes on peut appliquer la relation (5). Considérons les faces parallèles à YOZ et prenons pour sens de la normale celui des X positifs; soient dj_1 le flux à travers la première face, dj_2, dj_3, \dots , les flux à travers les faces successives; soient, d'autre part, $\Sigma_1 dj$ le flux à travers les faces parallèles à OX pour le premier élément, $\Sigma_2 dj, \Sigma_3 dj, \dots$, les flux correspondants pour les autres éléments; la relation (5) appliquée à chacun de ces petits parallélépipèdes donne

$$\Sigma_1 dj - dj_1 + dj_2 = j\pi dM_1,$$

$$\Sigma_2 dj - dj_2 + dj_3 = 4\pi dM_2,$$

$$\Sigma_3 dj - dj_3 + dj_4 = 4\pi dM_3,$$

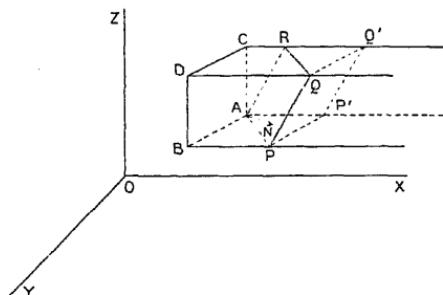
.....

additionnons membre à membre

$$(6) \quad \Sigma dj - dj_1 + dj_{n+1} = dJ = 4\pi dM,$$

Prenons un 'parallélépipède tel que le précédent et coupons-le par un plan de direction quelconque passant par le point A (fig. 140); nous

Fig. 140.



formons ainsi un volume ABCDPRQ que nous appellerons *parallélépipède tronqué*.

Nous allons voir que le flux total d'induction à travers la surface de ce volume est nul, si l'on néglige les infiniment petits du troisième ordre. Pour cela, désignons par ds l'aire de la section APQR, par AN la normale à cette section, et par λ , μ , ν , les angles qu'elle fait avec les axes de coordonnées. La projection du champ en A sur cette normale AN est

$$X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu,$$

et le flux à travers ds

$$KX \cos \lambda \, ds + KY \cos \mu \, ds + KZ \cos \nu \, ds.$$

A travers la section droite ABCD, le flux est

$$-KX \, dy \, dz = -KX \cos \lambda \, ds,$$

car $dy \, dz$ est la projection de ds sur le plan des y, z .

Désignons par ds' et ds'' les aires des surfaces BDQP et CAR; la somme des flux correspondant à ces deux surfaces est

$$KY \, ds' - KY \, ds'' = KY(ds' - ds'').$$

Y est le même dans les deux termes, puisque nous avons convenu de négliger les infiniment petits du troisième ordre (en multipliant la variation infiniment petite de Y par ds qui est du deuxième ordre on obtient en effet un terme infiniment petit du troisième ordre).

Projetons APQR sur le plan ACR; nous obtenons la surface AP'Q'R dont l'aire est égale à $-\cos \mu \, ds$, or

$$'AP'Q'R = AP'Q'C - ACR = ds' - ds'';$$

$$KY(ds' - ds'') = - KY \cos \mu \, ds.$$

Nous obtiendrions de même, pour la somme des deux flux à travers les faces parallèles à XOY, l'expression

$$- KZ \cos \nu \, ds.$$

On voit ainsi que le flux total à travers les six faces du parallélépipède tronqué est égal à

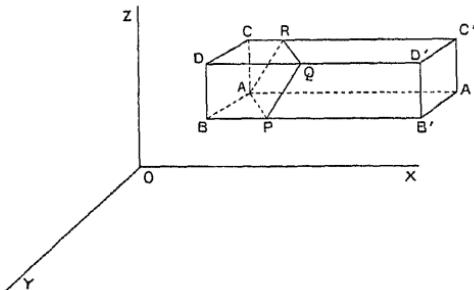
$$\begin{aligned} & KX \cos \lambda \, ds + KY \cos \mu \, ds + KZ \cos \nu \, ds \\ & - KX \cos \lambda \, ds - KY \cos \mu \, ds - KZ \cos \nu \, ds, \end{aligned}$$

somme identiquement nulle.

Il résulte de là que, si nous prenons pour partie positive de la normale AN la partie dirigée vers l'intérieur du parallélépipède tronqué, le flux d'induction à travers la face oblique APQR est alors égal à la somme des flux à travers les cinq autres faces.

Reprendons le parallélépipède dont l'arête parallèle à OX est de longueur finie, et coupons-le par un plan oblique quelconque passant par A. Le volume du grand parallélépipède tronqué A P Q R A' C' D' B' A' (fig. 141), ne

Fig. 141.

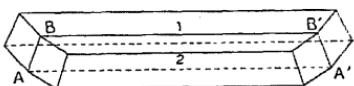


diffère du volume du parallélépipède total ABCDA'B'C'D' que par un infiniment petit du troisième ordre; par suite, la différence des quantités d'électricité correspondantes est aussi un infiniment petit du troisième ordre; d'autre part, le flux à travers APQR, la partie positive de la normale à cette surface étant tournée vers l'extérieur du grand parallélépipède tronqué, est égal, comme nous venons de le démontrer, à la somme des flux à travers les cinq faces supprimées par la section, à un infiniment petit du troisième ordre près. Il résulte de là que, comme nous négligeons

les mêmes raisons il en est encore de même si le parallélépipède est tronqué à ses deux extrémités.

Superposons deux parallélépipèdes analogues au précédent et ayant une face commune $ABA'B'$ (fig. 142); la relation de Gauss est applicable à

Fig. 142.



chacun de ces deux volumes; on a donc, en désignant par $\Sigma_1 dj$ le flux à travers toutes les faces du premier parallélépipède, sauf $ABA'B'$, par $\Sigma_2 dj$ le flux à travers toutes les faces du second, sauf $ABA'B'$, par dj_1 le flux à travers $ABA'B'$, la partie positive de la normale étant dirigée extérieurement au volume 1,

$$\Sigma_1 dj + dj_1 = 4\pi dM_1,$$

$$\Sigma_2 dj - dj_2 = 4\pi dM_2,$$

d'où par addition

$$\Sigma_1 dj + \Sigma_2 dj = 4\pi(dM_1 + dM_2),$$

ou

$$dJ = 4\pi dM.$$

Ainsi le théorème de Gauss s'applique à l'ensemble de ces deux parallélépipèdes. Il résulte de là que le théorème s'applique au volume formé par un nombre quelconque de parallélépipèdes accolés comme les deux précédents; or, comme un volume quelconque peut être décomposé en de tels parallélépipèdes élémentaires par des plans parallèles à XOY et à XOZ , infinitésimement voisins, il s'ensuit que la relation

$$J = 4\pi M$$

est applicable dans le cas général.

NOTE C.

MÉTHODE DE M. LIPPmann POUR DÉMONTRER L'EXISTENCE
DE CERTAINS PIÉNOMÈNES RÉCIPROQUES DE PHÉNOMÈNES ÉLECTRIQUES CONNUS.

M. Lippmann, dans un article extrêmement remarquable intitulé : *Principe de la conservation de l'Électricité* (1), a indiqué comment on peut

(1) *Journal de Physique*, 1^{re} série, t. X, p. 381.

Dans l'exposé que nous allons faire de cette méthode, nous nous appuierons non seulement sur le principe de la conservation de l'énergie, mais aussi sur le principe de Carnot-Clausius pour rendre le raisonnement tout à fait rigoureux. Le plus souvent nous emploierons, comme nous l'avons déjà fait plusieurs fois, le théorème sur le travail des forces extérieures dans le cas d'une transformation isotherme et réversible, conséquence des deux principes précédents.

Nous commencerons par indiquer la forme analytique sous laquelle M. Lippmann emploie la loi de la conservation de l'électricité.

1. FORME ANALYTIQUE DONNÉE A LA LOI DE LA CONSERVATION DE L'ÉLECTRICITÉ. — La quantité d'électricité que renferme un corps A, une armature de condensateur, par exemple, est une fonction des paramètres x , y , z , ... qui définissent l'état du système dont A fait partie (le condensateur dans l'exemple indiqué) et qui constituent des variables indépendantes dans une transformation de ce système. C'est ainsi que, pour un système constitué par un condensateur plan indéfini, la charge m d'une armature A est fonction de la différence de potentiel V des armatures, de leur surface S , de leur écartement e , de la température T du diélectrique supposé homogène qui existe entre les armatures; ces paramètres V , S , e , T pouvant varier indépendamment les uns des autres dans une transformation du condensateur.

Remarquons que ceci resterait encore vrai quand même la loi de la conservation de l'électricité ne serait pas exacte. Mais, si, dans le cas d'un condensateur plan indéfini, nous connaissons la relation $m = \frac{KSV}{4\pi e}$ (le pouvoir inducteur spécifique K étant fonction de T) qui lie la charge m d'une armature aux variables indépendantes S , V , e , ...; dans d'autres cas, nous ignorons cette relation. Or, la loi de la conservation de l'électricité nous permet toujours de trouver expérimentalement la variation Δm de la charge d'un corps A pour des variations déterminées des variables indépendantes qui caractérisent l'état du système dont A fait partie. Il suffit, en effet, de mettre A en relation par un conducteur de capacité négligeable avec un corps B dont on peut mesurer à chaque instant la charge, par exemple avec un corps placé dans un cylindre de Faraday relié à un électromètre, A et B formant un système isolé. En désignant à un moment quelconque par m et m' les charges de A et de B, la loi de la conservation de l'électricité donne

$$m + m' = \text{const.}$$

Si m éprouve une variation Δm , il en résulte pour m' une variation $\Delta m'$,

Comme nous pouvons mesurer $\Delta m'$, nous connaissons aussi Δm , qui lui est égal et de signe contraire, grâce à la loi de la conservation de l'électricité.

Si les variables indépendantes x, y, z, \dots , qui caractérisent l'état du système dont A fait partie, éprouvent des variations infiniment petites dx, dy, dz, \dots , il en résulte pour la charge de A une variation infiniment petite dm qui peut être représentée par

$$dm = a dx + b dy + c dz + \dots,$$

où a, b, c, \dots sont, en général, des fonctions de x, y, z, \dots . Or, puisque m est une fonction de x, y, z, \dots , on a, comme on le sait,

$$(1) \quad \frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\partial b}{\partial x}, \quad \frac{\partial b}{\partial z} = \frac{\partial c}{\partial y}, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial a}{\partial z}, \quad \dots$$

Ces relations (1) existeraient encore, quand même la loi de la conservation de l'électricité serait inexacte; mais, en général, cette loi est nécessaire, comme nous venons de l'indiquer, pour déterminer les grandeurs a, b, c en fonction de x, y, z, \dots et faire usage des relations (1). Sans la loi de la conservation de l'électricité, les relations (1) existeraient bien en théorie, mais le plus souvent on ne pourrait s'en servir, faute de savoir comment a, b ou c dépendent de x, y, z, \dots . Il n'est donc pas très exact de dire, comme on le fait habituellement, que les relations (1) représentent la loi de la conservation de l'électricité. Il est, au contraire, parfaitement correct de le dire, si a, b, c, \dots sont les coefficients de la variation dm' de la charge du corps B, lié à A ($dm' = a dx + b dy + c dz \dots$), car on n'a $dm' = -dm$ qu'en vertu de la loi de la conservation de l'électricité. C'est ce qu'avait en vue M. Lippmann, quand il a représenté analytiquement cette loi par les relations (1).

En résumé, que dm exprime la variation de charge du corps considéré A ou du corps B, qui forme avec lui un système isolé, les relations (1) sont toujours applicables : dm est une différentielle exacte. Nous allons voir l'importance de ces relations. Le plus souvent nous ne ferons varier que deux des paramètres x, y, z, \dots , et les relations (1) se réduiront alors à une seule relation, puisqu'il n'y aura que deux variables indépendantes.

2. PRINCIPE DE LA MÉTHODE. — Nous nous bornerons à exposer la méthode dans le cas où les transformations du système n'exigent que deux variables indépendantes seulement, la généralisation se faisant d'elle-même pour le cas où l'on a à considérer plus de deux variables indépendantes.

On exprime soit la différentielle de l'énergie, soit, si la transformation est réversible, la différentielle de l'entropie, soit, si la transformation est à la fois réversible et isotherme, la différentielle du travail des forces

et, comme Z est une fonction de x et de y , c'est-à-dire comme dZ est une différentielle exacte, on a

$$(1) \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x}.$$

Les relations de cette forme, jointes à la relation indiquée ci-dessus (n° 1),

$$(2) \quad \frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\partial b}{\partial x}$$

(a et b étant les coefficients de la différentielle de la quantité d'électricité d'une des parties du système $dm = a dx + b dy$), permettent d'éliminer certains coefficients peu intéressants et de trouver une relation entre les autres. Les exemples suivants feront mieux comprendre la méthode que cet exposé général, nécessairement un peu vague.

3. CONTRACTION ÉLECTRIQUE DES GAZ. — Les expériences de M. Boltzmann sur la constante diélectrique des gaz (Chap. IX, n° 3) ont montré que la capacité d'un condensateur dont un gaz forme le diélectrique augmente avec la pression de celui-ci.

Supposons qu'un condensateur de cette espèce soit placé sous une cloche, et qu'en enfonçant ou en retirant le piston d'un corps de pompe communiquant avec la cloche on puisse faire varier la pression du gaz p ; supposons, en outre, qu'au moyen d'un replenisher nous puissions faire varier la différence de potentiel V des plateaux, et qu'en retirant ou en fournissant de la chaleur nous maintenions la température du gaz constante malgré les variations de p et de V , qui seront les deux variables indépendantes dans les transformations que nous allons faire subir au système.

Considérons une transformation élémentaire dans laquelle p et V varient de dp et dV ; le travail dW des forces extérieures se compose de deux parties : 1^o du travail qu'il faut fournir au replenisher pour faire varier de dm la charge m de l'armature positive, lequel est $V dm$, comme nous le savons; 2^o du travail de la force qui fait équilibre aux forces de pression agissant sur le piston, qui est $-p d\nu$, en désignant par ν le volume du gaz emprisonné dans la cloche et le corps de pompe. On a donc

$$(1) \quad dW = V dm - p d\nu.$$

D'autre part, on peut poser

$$(2) \quad dm = a dp + b dV,$$

a étant un coefficient positif d'après les expériences de M. Boltzmann,

$$(3) \quad \frac{\partial \alpha}{\partial V} = \frac{\partial b}{\partial p}.$$

D'autre part, α est fonction de V et de p , et l'on a

$$(4) \quad d\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial p} dp + \frac{\partial \alpha}{\partial V} dV;$$

en substituant dans (1) les valeurs de dm et de $d\alpha$, il vient

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} dW = V(a dp + b dV) - p \left(\frac{\partial \alpha}{\partial p} dp + \frac{\partial \alpha}{\partial V} dV \right) \\ = \left(V\alpha - p \frac{\partial \alpha}{\partial p} \right) dp + \left(Vb - p \frac{\partial \alpha}{\partial V} \right) dV. \end{array} \right.$$

Or, comme la transformation est isotherme et réversible, dW est une différentielle exacte, et l'on a

$$\frac{\partial \left(V\alpha - p \frac{\partial \alpha}{\partial p} \right)}{\partial V} = \frac{\partial \left(Vb - p \frac{\partial \alpha}{\partial V} \right)}{\partial p}$$

ou, en développant,

$$(6) \quad a + V \frac{\partial \alpha}{\partial V} - p \frac{\partial^2 \alpha}{\partial p \partial V} = V \frac{\partial b}{\partial p} - \frac{\partial b}{\partial V} - p \frac{\partial^2 \alpha}{\partial p \partial V};$$

en tenant compte de (3) et simplifiant, il vient

$$(7) \quad a = - \frac{\partial b}{\partial V},$$

ce qui veut dire qu'à pression constante ($dp = 0$) et à température constante le volume α du gaz dépend de la différence de potentiel V des armatures; comme a est positif, $\frac{\partial b}{\partial V}$ est négatif : *le volume du gaz diminue quand la différence de potentiel entre les armatures augmente.*

Il y a donc, à pression et à température constantes, contraction d'un gaz quand on le soumet à un champ électrique.

On peut trouver aisément la variation finie $\Delta \alpha$ du volume du gaz qui correspond à la charge du condensateur.

Si la pression et la température du gaz restent constantes, le volume α n'étant plus fonction que de la différence de potentiel V des armatures, la relation (7) peut s'écrire

$$(8) \quad d\alpha = - a dV.$$

$$m = \frac{S \alpha V}{4 \pi e},$$

en désignant par S la surface des armatures, par e leur distance et par α un coefficient constant dont M. Boltzmann a donné la valeur pour divers gaz. On déduit de là

$$(9) \quad \alpha = \frac{\partial m}{\partial p} = \frac{S \alpha V}{4 \pi e},$$

et en portant cette valeur dans la relation (8), il vient

$$dv = - \frac{S \alpha V dV}{4 \pi e}.$$

Pour avoir la variation finie Δv du volume gazeux pendant la charge du condensateur, il faut intégrer cette expression en faisant varier V de 0 à sa valeur finale V_1 , ce qui donne

$$(10) \quad \Delta v = - \frac{S \alpha V_1^2}{8 \pi e};$$

mais remarquons qu'il n'y a que la masse de gaz soumise au champ électrique, c'est-à-dire celle comprise entre les armatures, qui peut éprouver la contraction électrique. Si nous désignons maintenant par v son volume, égal à Se , nous avons, d'après (10), pour la contraction relative de la masse de gaz soumise au champ d'intensité ϕ ,

$$\frac{\Delta v}{v} = - \frac{\alpha V_1^2}{8 \pi e^2} = - \frac{\alpha}{8 \pi} \phi^2.$$

Cette contraction relative est donc proportionnelle au carré de l'intensité ϕ du champ et au coefficient α . Le champ le plus intense qu'on peut obtenir entre deux plateaux sans craindre que l'étincelle éclate entre eux ne peut guère dépasser 130 C. G. S. D'autre part, le coefficient α est toujours très petit, ce qui donne pour la contraction relative maximum une valeur bien faible. Néanmoins, M. Quincke est parvenu à montrer expérimentalement sur l'anhydride carbonique cette contraction prévue par M. Lippmann.

4. VARIATION ÉLECTRIQUE DE LONGUEUR DES CRYSTaux PIÉZO-ÉLECTRIQUES.
— L'application de la méthode aux cristaux piézo-électriques a conduit M. Lippmann à un autre résultat fort intéressant.

Considérons une lame d'un cristal piézo-électrique dont deux faces parallèles sont perpendiculaires à un axe électrique; supposons ces faces argentées ou couvertes de papier d'étain, de façon à constituer un condensateur. Supposons aussi qu'on puisse faire agir une force F , par exemple par traction, dans un sens qui fait apparaître des charges électriques sur

force F , que nous prendrons comme variables indépendantes. Si l'on pose

$$(1) \quad dm = a dV + b dF,$$

dm étant une différentielle exacte, on a

$$(2) \quad \frac{\partial a}{\partial F} = \frac{\partial b}{\partial V}.$$

D'autre part, supposons que la lame cristalline éprouve un allongement dl dans le sens de la force F quand on fait varier infinitésimement peu V et F ; on aura

$$(3) \quad dl = \frac{\partial l}{\partial F} dF + \frac{\partial l}{\partial V} dV,$$

$\frac{\partial l}{\partial V} dV$ représentant pour F constant et à température constante la variation de longueur quand on fait varier de dV la différence du potentiel V des armatures; nous allons montrer précisément que cette quantité n'est pas nulle.

Pour cela, écrivons l'expression du travail dW des forces extérieures pendant la transformation infinitésimale considérée (dF, dV). Il se compose : 1^o du travail fourni au répétiteur pour faire varier la charge des armatures, qui est égale à $V dm$; 2^o du travail de la force F qui est égal à $F dl$; on a donc

$$dW = V dm + F dl.$$

En remplaçant dm et dl par leur expression (1) et (3), il vient

$$(4) \quad dW = \left(V a + F \frac{\partial l}{\partial V} \right) dV + \left(V b + F \frac{\partial l}{\partial F} \right) dF.$$

Or, la transformation étant réversible et isotherme, dW est une différentielle exacte, et l'on a

$$(5) \quad \frac{\partial \left(V a + F \frac{\partial l}{\partial V} \right)}{\partial F} = \frac{\partial \left(V b + F \frac{\partial l}{\partial F} \right)}{\partial V};$$

en effectuant et simplifiant en tenant compte de la relation (2), il vient :

$$(6) \quad \frac{\partial l}{\partial V} = b.$$

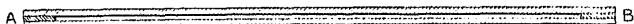
Or, d'après (1), $b dF$ représente la charge qu'il faut fournir à une des armatures pour maintenir constante la différence de potentiel de celle-ci ($dV = 0$), quand F varie de dF ; la quantité b n'est donc pas nulle, puisque

dimension linéaire du cristal dans le sens de la traction dépend de la différence de potentiel V des armatures; suivant le sens de la différence de potentiel, il y aura allongement ou raccourcissement de la lame quand on viendra à charger ce condensateur particulier.

Ces variations de longueurs électriques des cristaux piézo-électriques sont extrêmement faibles, le coefficient b qui caractérise la piézo-électricité étant très petit. Malgré la petitesse du phénomène prévu par la théorie de M. Lippmann, il a pu être mis en évidence expérimentalement sur la tourmaline et le quartz par des procédés extrêmement délicats et ingénieux dus à MM. Jacques et Pierre Curie.

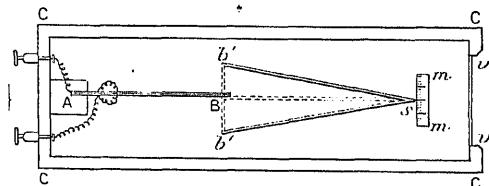
Voici l'une des dispositions employées dans le cas du quartz. Deux lames de quartz ont été taillées de façon à avoir une grande longueur (environ 10^{cm}) dans un sens perpendiculaire à la fois à l'axe électrique et à l'axe optique (sens de l'allongement électrique étudié), une épaisseur d'une fraction de millimètre dans le sens de l'axe électrique (l'un des axes binaires), et une largeur de 1^{cm} environ dans la troisième direction, celle de l'axe optique. Les faces perpendiculaires à l'axe électrique ont été argentées; ces deux lames ont été appliquées l'une contre l'autre (fig. 143),

Fig. 143.



puis rendues solidaires à chaque extrémité. Les armatures intérieures des deux condensateurs communiquent entre elles et sont toujours au même potentiel; les armatures extérieures des deux condensateurs sont réunies par un fil métallique, de façon à être aussi au même potentiel. Les lames ont été disposées de façon que les axes électriques aient même sens. Il résulte de là qu'en établissant une différence de potentiel entre les armatures de ces deux condensateurs, le sens de la différence de potentiel n'est pas le même par rapport au sens de l'axe électrique: aussi une des

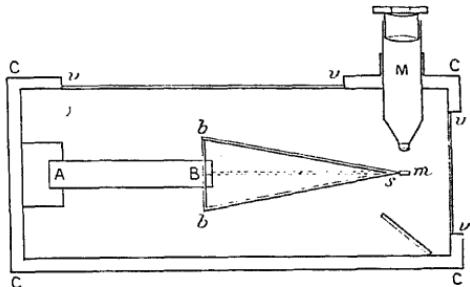
Fig. 144.



lames s'allonge, et l'autre se raccourcit, ce qui force le système à se courber (les lames très minces étant flexibles). Comme le système des lames est fixé à une des extrémités A (fig. 144 et 145), l'autre extrémité B se déplace par

son autre extrémité une graduation micrométrique *mm* qui est regardée avec un microscope *M*, muni d'un fil de réticule à l'oculaire. En établissant une différence de potentiel entre les armatures, on voit le micromètre se

Fig. 175.



déplacer brusquement, et sans oscillation, d'une quantité que l'expérience montre être proportionnelle à la différence de potentiel.

L'instrument constitue ainsi un électromètre d'un emploi très commode pour la mesure de grandes différences de potentiel.

5. VARIATION ÉLECTRIQUE DE TEMPÉRATURE DES CRISTAUX PYRO-ÉLECTRIQUES ET DES DIÉLECTRIQUES ORDINAIRES. — Le dernier exemple que nous donnerons de la méthode de M. Lippmann concerne la pyro-électricité et les diélectriques ordinaires.

Considérons d'abord un cristal pyro-électrique et métallisons deux faces parallèles perpendiculaires à l'axe de pyro-électricité, de façon à former un condensateur. La charge *m* qu'il faut fournir à l'une des armatures pour obtenir une différence de potentiel *V* entre celles-ci est une fonction : 1^o de *V*; 2^o de la température absolue *T* du cristal, que nous prendrons pour variables indépendantes, en supposant la pression extérieure constante. Posons

$$(1) \quad dm = a dV + b dT;$$

puisque *dm* est une différentielle exacte, on a

$$(2) \quad \frac{\partial a}{\partial T} = \frac{\partial b}{\partial V};$$

d'autre part, désignons par *dQ* la quantité de chaleur qu'il faut fournir à ce condensateur ou en retirer pour obtenir la variation infinitement petite *dV* *dT*; posons

$$(3) \quad dQ = h dV + k dT;$$

k est la capacité calorifique du condensateur pour *V* constant, et *h* un P.

allons précisément le montrer.

Pour cela, la transformation étant supposée réversible (nous reviendrons plus loin sur cette supposition), formons la différentielle de l'entropie

$$(4) \quad dS = \frac{dQ}{T} = \frac{h}{T} dV + \frac{k}{T} dT;$$

c'est une différentielle exacte, et l'on a, par conséquent,

$$\frac{\partial \left(\frac{h}{T} \right)}{\partial T} = - \frac{\partial \left(\frac{k}{T} \right)}{\partial V};$$

d'où

$$(5) \quad \frac{\partial h}{\partial T} - \frac{\partial k}{\partial V} = \frac{h}{T}.$$

Enfin évaluons la différentielle de l'énergie afin d'écrire que c'est une différentielle exacte, et pour cela, évaluons d'abord la différentielle dW du travail des forces extérieures; dans ce cas, ce n'est plus une différentielle exacte, puisque la transformation n'est pas isotherme.

Or le travail des forces extérieures se compose : 1^o du travail $V dm$ à fournir un replenisher; 2^o du travail des forces extérieures dues à la pression uniforme p , que nous supposons constante, par suite de la variation de volume dV ; ce travail est égal à $-p dV$; d'où

$$dW = V dm - p dV$$

ou, en remplaçant dm et dV par leur expression en fonction de dV et de dT ,

$$(6) \quad dW = \left(V \alpha - p \frac{\partial V}{\partial T} \right) dV + \left(V b - p \frac{\partial V}{\partial T} \right) dT.$$

En appelant J l'équivalent mécanique de la chaleur, la différentielle dU de l'énergie du système a pour valeur

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} dU = J dQ + dW \\ = \left(J h + V \alpha - p \frac{\partial V}{\partial T} \right) dV + \left(J k + V b - p \frac{\partial V}{\partial T} \right) dT. \end{array} \right.$$

Écrivons que dU est une différentielle exacte

$$(8) \quad \frac{\partial \left(J h + V \alpha - p \frac{\partial V}{\partial T} \right)}{\partial T} = \frac{\partial \left(J k + V b - p \frac{\partial V}{\partial T} \right)}{\partial V};$$

$$(9) \quad \Im \frac{1}{T} = b; \quad \text{d'où} \quad h = \frac{1}{\Im} b.$$

On voit que, b n'étant pas nul, par le fait que nous avons affaire à un cristal pyro-électrique, h n'est pas nul non plus. Il en résulte, d'après (3), que *pour maintenir la température constante de ce condensateur ($dT = 0$) quand on fait varier la différence de potentiel des armatures, il faut, suivant le sens de cette variation, ou fournir ou retirer de la chaleur du système.*

Si le système est isolé au point de vue calorifique $dQ = 0$, d'après (3), *une variation de potentiel fait varier la température.* Ce phénomène, qui est prévu par la théorie, étant très faible, n'a pas encore été mis en évidence par l'expérience. Au surplus, il est bien probable que la tourmaline ou les autres cristaux pyro-électriques prennent une polarisation diélectrique dans un champ électrique (Chap. IX, n° 9); autrement dit, le condensateur considéré présente des charges résiduelles. Dans ce cas, au phénomène réversible dont il vient d'être question, se superpose un phénomène non réversible, pour lequel la charge ou la décharge du condensateur entraîne toujours une création de chaleur dans le cristal, comme on peut le démontrer. Aussi n'avons-nous donné cet exemple que pour montrer comment on peut faire application de la méthode de M. Lippmann dans un cas où le travail des forces extérieures n'est plus une différentielle exacte, la transformation n'étant pas isotherme.

Un raisonnement calqué sur le précédent montre que le diélectrique d'un condensateur ordinaire est le siège, pendant la charge et la décharge, de phénomènes calorifiques inverses, semblables à ceux que nous venons d'indiquer, si la capacité du condensateur est fonction de la température, par suite de la variation du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique. Mais encore ici le phénomène est masqué le plus souvent par la création de chaleur qui se produit dans le diélectrique, soit à la charge, soit à la décharge, à cause de la polarisation.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

	Pages.
INTRODUCTION	I

CHAPITRE I.

PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX. — LOIS FONDAMENTALES.

1. Corps électrisés.....	3
2. Conductibilité.....	4
3. Différences dans la conductibilité.....	5
4. Isoloirs.....	7
5. Étincelle électrique.....	8
6. Tous les corps s'électrisent par frottement.....	9
7. Répulsion électrique.....	9
8. Deux espèces d'électricité.....	10
9. Électroscope à feuilles d'or.....	11
10. Phénomènes d'influence.....	12
11. Pile.....	14
12. Électromètre à quadrants.....	16
13. Cylindre de Faraday.....	20
14. Quantité d'électricité. Sa mesure	22
15. Loi de la conservation de l'électricité.....	24
16. Électricité de contact. — Couche électrique double.....	26
17. L'électrisation par frottement peut être rattachée au phénomène de la couche double.....	28

CHAPITRE II.

PROPRIÉTÉS DU CHAMP ÉLECTRIQUE.

1. Champ électrique	29
2. Écrans électriques.....	34
3. Conséquences des propriétés des écrans électriques.....	37
4. Cas d'une enceinte conductrice hétérogène.....	39
5. Électrisation superficielle des conducteurs homogènes.....	40
6. Champ à l'intérieur d'un conducteur.....	40
7. Loi de Faraday	41
8. Potentiel.....	43

11. Différence de potentiel entre les deux pôles d'une pile.....	50
12. Mesure relative des différences de potentiel.....	53
13. Loi des tensions de Volta.....	54
14. Vérification de l'égalité de potentiel aux divers points d'un conducteur homogène.....	57
15. Analogie du potentiel et de la température	58
16. Surfaces équipotentielles.....	58
17. Lignes de forces.....	60
18. Relation entre le potentiel, le sens et l'intensité du champ	60
19. Composantes du champ.....	61

CHAPITRE III.

DENSITÉ ET TENSION ÉLECTRIQUES.

1. Densité électrique superficielle	65
2. Densité électrique cubique.....	67
3. Tension électrique	67

CHAPITRE IV.

LES PRINCIPES DE L'ÉLECTROSTATIQUE ET LEURS CONSÉQUENCES.

1. Principe d'action de milieu.....	71
2. Principe de la superposition des états électriques.....	73
3. Action d'une couche électrique sphérique uniforme.....	76
4. Relation entre la densité superficielle et le champ électrique dans le voisinage d'un conducteur (Relation de Coulomb).....	77
5. Relation entre la densité cubique et les dérivées des composantes du champ (Relation de Poisson).....	78
6. Condensateur plan	83
7. Replenisher.....	86
8. Travail dans la charge du condensateur.....	88
9. Valeur de la tension électrique.....	91
10. Pouvoir inducteur spécifique. — Constante diélectrique.....	93
11. Système d'unités électrostatiques.....	95
12. Principe de la mesure absolue des grandeurs électriques.....	99
13. Relation entre les valeurs du champ électrique de part et d'autre de la surface de séparation de deux diélectriques.....	100
14. Flux d'induction.....	108
15. Tube de forces.....	110
16. Flux d'induction à travers un tube de forces	111
17. Théorème de Gauss	113
18. Conséquences du théorème de Gauss. — Généralisation de la relation de Poisson.....	120
19. Pouvoir des pointes.....	123

	Pages.
1. Théorème fondamental de l'influence électrique.....	128
2. Équilibre dans la superposition de plusieurs états d'équilibre.....	131
3. Un seul état d'équilibre dans des conditions déterminées.....	133
4. Variation du potentiel par l'addition d'une charge.....	134
5. Cas d'un seul conducteur à l'intérieur d'une enceinte conductrice.....	135
6. Cas des expériences classiques pour montrer les phénomènes d'influence.....	135
7. Capacité électrique.....	138
8. Capacité d'un système sphérique.....	141
9. Condensateurs.....	145

CHAPITRE VI.

MACHINES ÉLECTRIQUES. — CHARGE, USAGE ET FORMES DIVERSES DES CONDENSATEURS.

1. Généralités	148
2. Machines à frottement.....	149
3. Historique de la machine à frottement	152
4. Électrophore	155
5. Principe des machines à influence.....	158
6. Machines de Piche, de Bertsch et de Carré.....	159
7. Machines de Holtz. — Machines de Tœpler	161
8. Machines à influence s'amorçant d'elle-mêmes.....	167
9. Machine de Voss.....	167
10. Machine de Wimshurst.....	169
11. Réversibilité des machines électriques.....	171
12. Charge d'un conducteur isolé	172
13. Charge d'un condensateur.....	172
14. Disposition en batterie. — Disposition en cascade.....	173
15. Historique de la condensation électrique. — Diverses formes de condensateur.....	176

CHAPITRE VII.

DÉCHARGES ÉLECTRIQUES. — ÉNERGIE ÉLECTRIQUE.

1. Décharge électrique ou courant électrique.....	179
2. Chaleur produite dans un conducteur traversé par une décharge.....	179
3. Énergie électrique	182
4. Expériences de Ricss.....	184
5. Décharge continue. — Décharge oscillante.....	188
6. Décharges disruptives	189
7. De la longueur de l'étincelle	190
8. Influence de la température.....	193
9. Influence de la pression	194

CHAPITRE VIII.

MESURES DES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL.

1. Théorème sur la déformation d'un condensateur.....	203
2. Électromètre absolu de Lord Kelvin et ses modifications.....	206
3. Électromètre absolu de MM. Bichat et Blondlot.....	211
4. Électromètre à quadrants.....	216

CHAPITRE IX.

DIÉLECTRIQUES.

1. Mesure des pouvoirs inducteurs spécifiques.....	223
2. Méthode et appareil de M. Pellat pour la mesure des pouvoirs inducteurs spécifiques.....	228
3. Pouvoir inducteur spécifique des gaz. — Expériences de M. Boltzmann.	233
4. Résultats des expériences sur le pouvoir inducteur spécifique.....	236
5. Forces agissant sur les diélectriques non électrisés placés dans un champ électrique.....	238
6. Polarisation diélectrique.....	240
7. Pyro-électricité.....	243
8. Piézo-électricité ..	246
9. Polarisation acquise par un diélectrique qui a été placé dans un champ électrique.....	249
10. Charge résiduelle.....	251
11. La charge d'un condensateur se porte sur la surface du diélectrique solide qui sépare les armatures.....	251

CHAPITRE X.

DE LA LOI ÉLÉMENTAIRE DE COULOMB.

1. Loi élémentaire de Coulomb	253
2. Remarque sur l'application de la loi élémentaire de Coulomb.....	255

CHAPITRE XI.

LOIS D'OHM, DE KIRCHHOFF ET DE JOULE.

1. Courant électrique.....	258
2. Extension de la notion de potentiel dans le cas de l'électricité en mouvement.....	259
3. Sens du courant fourni par une pile.....	260
4. L'intensité du courant est la même en tous les points d'un conducteur.	261
5. Première loi de Kirchhoff.....	262

7. Deuxième loi d'Ohm. — Résistance d'un fil cylindrique homogène.....	267
8. Loi de Joule.....	268
9. Force électromotrice.....	271
10. Relation d'Ohm	272
11. Force électromotrice et différence de potentiel des pôles. — Unité de force électromotrice.....	273
12. Vérification expérimentale de la relation d'Ohm.....	275
13. Relation d'Ohm en circuit ouvert.....	275
14. Lois de Kirchhoff.....	278
15. Application des lois précédentes aux courants fournis par les piles. — Résistance d'un élément de pile.....	279

CHAPITRE XII.

THERMO-ÉLECTRICITÉ.

1. De la loi des tensions de Volta. — Force électromotrice thermo-électrique.....	284
2. Éléments de pile thermo-électrique.....	285
3. Loi de Magnus	286
4. Lois de la thermo-électricité.....	287
5. Pouvoirs thermo-électriques. — Point neutre. — Température d'inversion.....	290
6. Association en tension des éléments thermo-électriques.....	294
7. Usage des piles thermo-électriques.....	295
8. Source de l'énergie des courants thermo-électriques. — Phénomène Peltier.....	298
9. Phénomène Thomson.....	300
10. Application des principes de la Thermodynamique aux phénomènes thermo-électriques.....	302

NOTES.

NOTE A. — Formule de Green.....	307
NOTE B. — Théorème de Gauss.....	308
NOTE C. — Méthode de M. Lippmann pour démontrer l'existence de certains phénomènes réciproques de phénomènes électriques connus.....	313
1. Forme analytique, donnée à la loi de la conservation de l'électricité.....	314
2. Principe de la méthode.....	315
3. Contraction électrique des gaz.....	316
4. Variation électrique de longueur des cristaux piézo-électriques	318
5. Variation électrique de température des cristaux pyro-électriques et des diélectriques ordinaires	319
TABLE DES MATIÈRES.....	325

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

27640 Quai des Grands-Augustins, 55.

ERRATA.

Page 10, *au lieu de* le physicien anglais du Fay, *lire* le physicien français du Fay.

Page 152, *au lieu de* Hauxsbée, *lire* Hauksbée.

Page 288, *au lieu de* Edmond Becquerel, *lire* Antoine-César Becquerel (travail fait de 1823 à 1826).
